



CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

INSTITUT FÜR EXPERIMENTELLE UND ANGEWANDTE PHYSIK

BACHELORARBEIT

**GEANT4 Simulationen des „Angular Distribution of
charged particles - Atmosphere
Measurement” Sensorsystems für das BEXUS 19 Projekt**

Autor:

Dennis TRAUTWEIN

Betreuer:

Prof. Dr. Bernd HEBER

Matrikelnummer:

1006250

Zweitgutachter:

Dr. Sönke BURMEISTER

VORGELEGT DER MATHEMATISCH-
NATURWISSENSCHAFTLICHEN FAKULTÄT

4. August 2014

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe und die Arbeit in keinem anderen Prüfungsverfahren eingereicht habe.

Kiel, den

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	iv
Tabellenverzeichnis	vi
1. Einleitung	1
1.1. Motivation	1
2. Theoretischer Hintergrund	4
2.1. Galaktische Kosmische Strahlung	4
2.1.1. Zusammensetzung	4
2.1.2. Modulation durch die Heliosphäre	5
2.1.3. Filterung durch die Magnetosphäre	6
2.1.4. Transport durch die Atmosphäre	9
2.2. Geometriefaktor G	11
2.2.1. Einzelner Detektor	12
2.2.2. Koinzidenz - Teleskopaufbau	12
3. Monte-Carlo-Simulation mit GEANT4	14
3.1. Sensorkopf	15
3.1.1. Aufbau	15
3.1.2. Geometriedefinition	15
3.2. Simulationsprozess	16
3.2.1. Verfahren	16
3.2.2. Validierung des Verfahrens	17
3.3. Sensorkopf im isotropen Feld	20
3.3.1. Simulationsparameter	20
3.3.2. Geometriefaktoren	20
3.3.3. Winkelabhängigkeiten	21
3.4. Ansprechverhalten verschiedener Winkelverteilungen bei Protonenfluss	25
3.4.1. Simulationsparameter	26
3.4.2. Auswertung I	26
3.4.3. Auswertung II	27
4. Zusammenfassung und Ausblick	29
Literaturverzeichnis	30

5. Anhang	32
A. Berechnung: Geometriefaktor einzelner Detektor	32
B. GEANT4 Ergebnisse	33
B.1. Geometriefaktoren einzelner Koinzidenzen	33
B.2. Farbenhistogramme der θ - φ -Abhängigkeit	36
B.3. Fehlerrechnung	39

Abbildungsverzeichnis

1.1. Zählrate eines Halbleiterdetektorteleskops in Abhängigkeit der Höhe	1
1.2. Zählratenverhältnis in Abh. d. Restatmosphäre	2
2.1. Energiespektrum der <i>GKS</i>	4
2.2. Korrelation Sonnenflecken/Neutronenfluss	5
2.3. Verformung des Erdmagnetfeldes	6
2.4. Geomagnetische vertikale Abschneidesteifigkeit in einer Höhe von 20 km	7
2.5. Protonen-Energiespektrum in Abhängigkeit der geomagnetischen Abschneidesteifigkeit und kinetischen Energie	8
2.6. Komponenten der Galaktischen Kosmischen Strahlung und ihr prozentualer Beitrag zur Äquivalentdosis in Abhängigkeit der Höhe	9
2.7. Schematische Darstellung der Sekundärteilchenproduktion	10
2.8. Beschreibende Darstellung der Geometriefaktorberechnung	12
2.9. Ideales, rechteckiges Teleskop	13
3.1. Sensorkopf-Ansichten	14
3.2. Detektorkonstruktion - Schematisches Diagramm	15
3.3. Extrusionsabbildung Photodiode	16
3.4. Winkelverteilungen idealer Detektor	18
3.5. Darstellung der Winkel-Projektion	19
3.6. Histogramm der Koinzidenzen des inneren Bogens	21
3.7. Farbenplot der signifikanten Koinzidenzen	22
3.9. Farbenplot: Koinzidenz-Kanäle	24
3.10. Planetocosmics Protonen-Energiespektrum	25
3.11. Sensorkopf - Seitenansicht	26

Tabellenverzeichnis

3.1. Auflistung der Kanäle mit beteiligten Koinzidenzen und zugehörigen exklusiven und inklusiven Geometriefaktoren	24
3.2. Protonen - Zählratenvergleich	27
5.1. Geometriefaktortabelle 1 von 4	33
5.2. Geometriefaktortabelle 2 von 4	34
5.3. Geometriefaktortabelle 3 von 4	35
5.4. Geometriefaktortabelle 4 von 4	36

1. Einleitung

1.1. Motivation

Im Jahr 1912 wies Viktor F. HESS mit Hilfe von sieben bemannten Ballonflügen die Galaktische Kosmische Strahlung nach. Die bis dahin gängige Meinung, die am Erdboden vorherrschende Strahlung nähme mit zunehmender Höhe ab, war nur bis zu einer bestimmten Höhe korrekt. Durch seine Flüge in bis zu 5300 m Höhe wies er in größeren Höhen eine Zunahme nach. Die Beobachtungen wurden mit der auch heute noch korrekten Annahme erklärt, *„dass eine Strahlung von sehr hoher Durchdringungskraft von oben her in unsere Atmosphäre eindringt und auch [...] in geschlossenen Gefäßen [...] Ionisation hervorruft“*. [14]

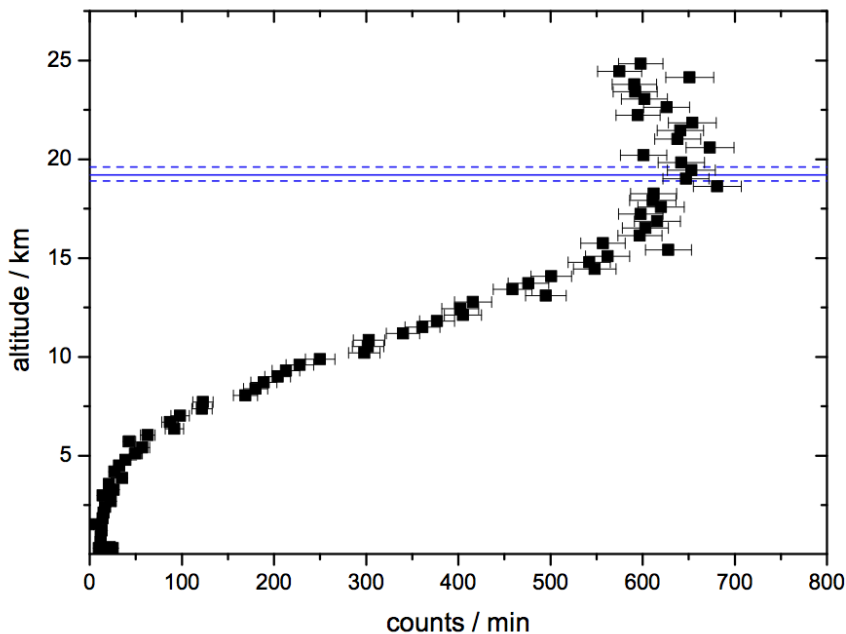
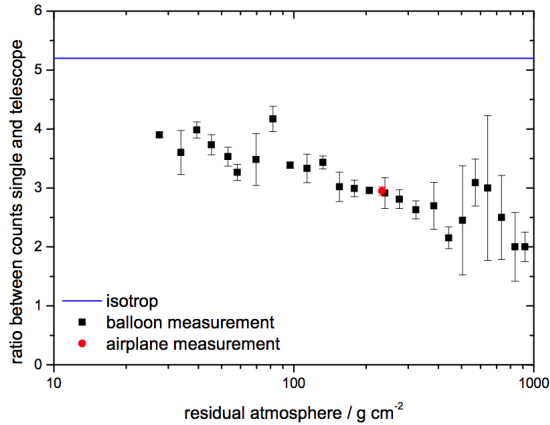
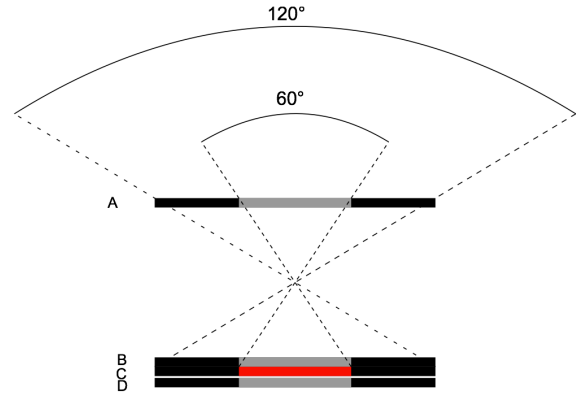


Abbildung 1.1.: Zählrate eines Halbleiterdetektorteleskops in Abhängigkeit der Höhe. BEXUS13 Messdaten des Instruments FRED [17]

Abbildung 1.1 zeigt die Zählrate in Abhängigkeit der Höhe, wie sie 2012 mit Hilfe eines Halbleiterdetektorteleskops gemessen wurde. Man sieht, dass sich in einer Höhe von ca. 20 km ein Maximum der Zählrate befindet, das sogenannte PFOTZER-Maximum (blaue Linie in Abb. 1.1). Neben der absoluten Intensität ändert sich auch die Richtungsverteilung der einfallenden Teilchen. Dazu zeigt Abbildung 1.2a für den selben Flug das Zählratenverhältnis zwei



(a)



(b)

Abbildung 1.2.: (a) Verhältnis der Zählraten von planarem Detektor zu Teleskopaufbau in Abhängigkeit der Restatmosphäre. BEXUS13 Messdaten des Instruments FRED. (b) Detektoraufbau mit $A \hat{=}$ planarer Detektor und $A-B \hat{=}$ Koinzidenz - es wurden nur die Zählraten der grauen, inneren Segmente berücksichtigt. [17, S. 34 u. S. 71ff.,]

verschiedener Messverfahren. Es sind die Zählraten eines einzelnen Detektors zu den Zählraten einer Koinzidenzmessung ins Verhältnis gesetzt und über die **Restatmosphäre** aufgetragen. Der Aufbau ist in 1.2b illustriert. Der alleinstehende Detektor deckt den gesamten Raum ab, während die Koinzidenz lediglich in einem Raumwinkelbereich Teilchen detektieren kann. Am Erdboden ($\sim 1000 \text{ g cm}^{-2}$) misst der einzelne Detektor etwa zwei mal mehr und in einer Höhe von ca. 25 km ($\sim 30 \text{ g cm}^{-2}$) bereits vier mal mehr Teilchen als der Koinzidenzaufbau. Daraus lässt sich schließen, dass der beschränkte Winkelbereich Einfluss auf die Zählrate hat und sich somit die Winkelverteilung der Strahlung mit zunehmender Höhe ändert.

Mit Hilfe dieses Instruments sind jedoch lediglich sehr grobe Aussagen über die Winkelverteilung möglich. Ziel ist es nun genauere Aussagen in verschiedenen Höhen treffen zu können. Die genaue Winkelverteilung in der Höhe des PFOTZER-Maximums ist z.B. für dosimetrische Anwendungen von Interesse, da sich zukünftige Überschallflugzeuge in diesen Höhen bewegen werden. Auch bietet sich ein Vergleich mit der Strahlung auf der Marsoberfläche an. Daher hat es sich das Team ADAM (***A**ngular **D**istribution of charged particles - **A**tmosphere **M**easurement*) zur Aufgabe gemacht im Rahmen einer BEXUS-Kampagne (***B**alloon **E**xperiments for **U**niversity **S**tudents*) einen Sensorkopf zu entwickeln, mit dem man untersuchen kann, wie sich die isotrope Verteilung außerhalb der Erdmagnetosphäre in der Atmosphäre ändert. Er verwendet zur Detektion 16 Photodioden und ist sensitiv für ionisierende Strahlung. Über Koinzidenzmessungen lässt sich der Winkelbereich einschränken, aus dem ein Teilchen kam. Weiter lassen sich daraufhin, mit ausreichend Statistik, Aussagen über die einfallende Winkelverteilung treffen. Das gesamte Instrument wird mit einem Ballon auf eine Höhe von ca. 25 km gebracht und dort etwa drei Stunden Messwerte aufnehmen.

In dieser Arbeit wird die Geometrie des Sensorkopfes simuliert. Ziel ist es die winkelabhängigen Ansprechfunktionen der möglichen Koinzidenzen mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation zu

bestimmen. Frühere Messungen haben gezeigt, dass am Erdboden etwa eine $\cos^2$ -Winkelverteilung zu erwarten ist und dass sich die Strahlung mit zunehmender Höhe einer isotropen Verteilung annähert. In einer Höhe von ca. 25 km wird eine $\cos^n$ -Verteilung (mit $n \in [1, 2]$) erwartet. Eine weitere Aufgabe im Rahmen dieser Arbeit ist es zu verifizieren, dass es bei den erwarteten Zählraten mit dem Sensorkopf möglich ist diese Grenzen ($n = 1$ und $n = 2$) voneinander zu unterscheiden. Zusätzlich wird eine Möglichkeit aufgezeigt eine Winkelverteilung aus einer kleinen Anzahl von Koinzidenzen abzuschätzen.

2. Theoretischer Hintergrund

2.1. Galaktische Kosmische Strahlung

2.1.1. Zusammensetzung

Die Galaktische Kosmische Strahlung (*GKS*) trifft isotrop und zeitlich konstant auf unser Sonnensystem und hat ihren Ursprung etwa in Supernova-Explosionen, kosmischen Jets oder Pulsaren. Diese unter dem Begriff Primärstrahlung zusammengefassten hochenergetischen Teilchen bestehen größtenteils aus Protonen ($\sim 86\%$), α -Teilchen ($\sim 12\%$), einem kleinen Anteil Elektronen und schwereren Nukliden, wie zum Beispiel Kohlenstoff [19, S. 353][16, S. 493].

In Abbildung 2.1 ist das Energiespektrum der *GKS* für verschiedene Elemente aufgetragen. Die Darstellung zeigt die differentielle Teilchenintensität als Funktion der kinetischen Energie pro Nukleon. Man sieht, dass die Energiespektren oberhalb von 100 GeV/Nukleon einem fallenden Potenzgesetz folgen. Bis auf Wasserstoff wurden alle Spektren aus Darstellungsgründen mit einem Skalierungsfaktor versehen [16].

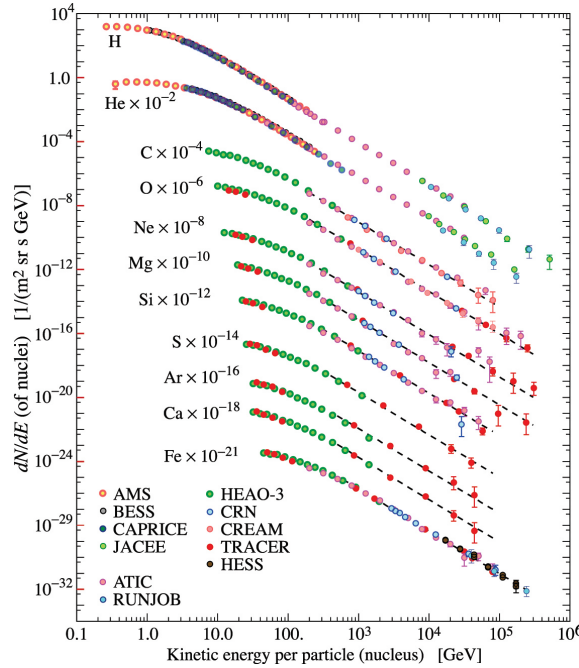


Abbildung 2.1.: Energiespektrum der Galaktischen Kosmischen Strahlung [18, 16]

2.1.2. Modulation durch die Heliosphäre

Die Heliosphäre ist der vom Sonnenwind dominierte Bereich und hat in der „Upwind“-Richtung eine Ausdehnung von ca. 120 AU [15][19]. Die *GKS* dringt in das Sonnensystem ein, wo sie vom Sonnenwind und dem in ihm eingefrorenen Magnetfeld moduliert wird. Sie ist daher abhängig von der solaren Aktivität, die durch die Anzahl an Sonnenflecken beschrieben werden kann. Ein Maß für die Intensität der Galaktischen Kosmischen Strahlung ist die Zählrate des Kieler Neutronenmonitors. In Abbildung 2.2 sind sowohl die mittlere Anzahl der Sonnenflecken (orange) als auch die Zählraten des Kieler Neutronenmonitors (pink) über die Zeit von 1957 bis 2014 aufgetragen. Die Anzahl der Sonnenflecken ist einer Schwankung unterworfen, die erstmals SCHWABE 1842 entdeckte [19, S. 6]. In der Abbildung kann in Zeiten hoher Sonnenaktivität ein Rückgang der Neutronenzählrate beobachtet werden. Die solare Aktivität stellt somit einen beeinflussenden Faktor für die *GKS* dar.

Gleichwohl sind die Änderungen der Richtungsabhängigkeit vernachlässigbar klein. Einzig im TeV-Energiebereich findet man geringste ($\sim 0,1\%$) Anisotropien, weshalb man weiterhin in sehr guter Näherung von einer isotropen Verteilung sprechen kann [10].

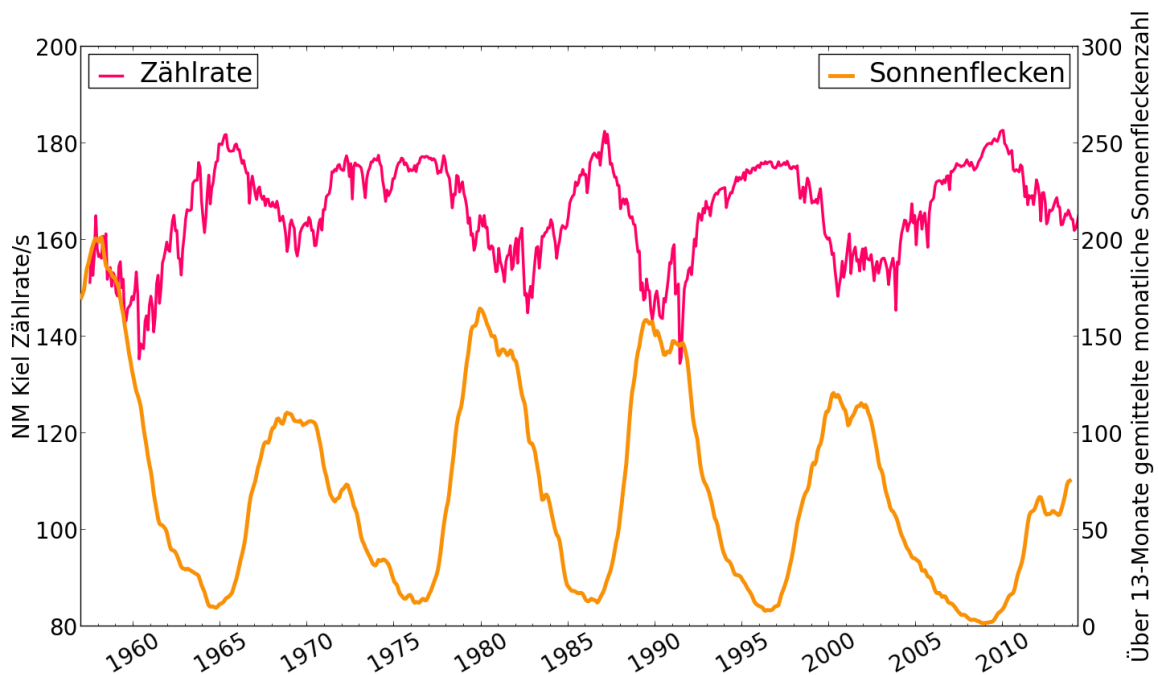


Abbildung 2.2.: Neutronenfluss gemessen am Kieler Neutronenmonitor (pink) und Anzahl der Sonnenflecken (orange) über einen Zeitraum von knapp 60 Jahren. Die Kurve der Sonnenflecken ist für den jeweiligen Monat durch die umgebenden 13 Monate geglättet. [1][3]

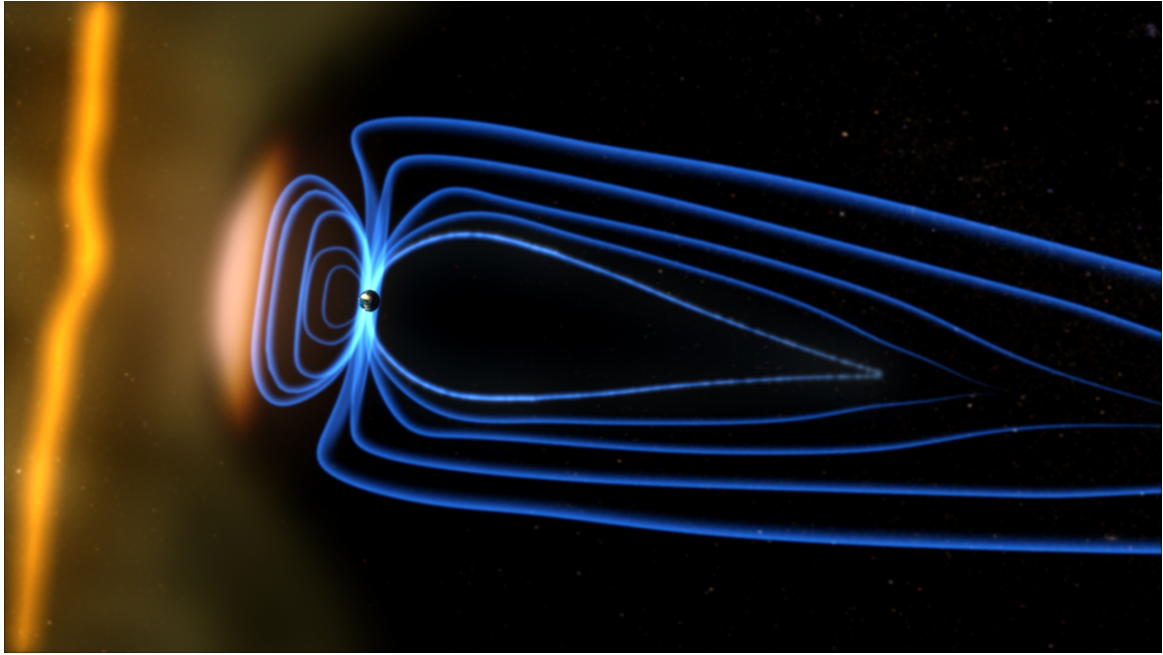


Abbildung 2.3.: Verformung des Erdmagnetfeldes aufgrund des Sonnenwindes [4]

2.1.3. Filterung durch die Magnetosphäre

Die Magnetosphäre ist der Bereich um die Erde, der sich auf der sonnenzugewandten Seite auf bis zu zehn und auf der sonnenabgewandten Seite auf mehr als hundert Erdradien erstreckt [20, S.13]. In Abbildung 2.3 ist sie mit ihren vom Sonnenwind verformten Magnetfeldlinien zu sehen. Erreicht die Galaktische Kosmische Strahlung den Einflussbereich der Magnetosphäre, werden die Trajektorien der geladenen Teilchen in erster Linie aufgrund der Lorentz-Kraft beeinflusst. Es gilt [8, S. 97]:

$$\vec{F}_L = q \left(\vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (2.1)$$

Die Stärke der Kraft hängt u.a. vom Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ des Teilchens und der Richtung des Magnetfeldes $\vec{B}$ ab. In Abbildung 2.4 ist die geomagnetische vertikale Abschneidesteifigkeit gegenüber den Längen- und Breitengraden aufgetragen. Es ist deutlich die Abhängigkeit der Abschneidesteifigkeit vom Breitengrad zu sehen. Teilchen, die senkrecht auf das Magnetfeld der Erde treffen - also in äquatornähe - müssen eine höhere Steifigkeit besitzen, als diejenigen, die parallel zu diesen Linien in Polnähe verlaufen. Die Definition der Abschneidesteifigkeit folgt aus dem Gyrationradius R_G für ein Teilchen mit relativistischen Impuls p , Ladung q und Pitchwinkel α im Magnetfeld B . Er ist gegeben durch [16]:

$$R_G = \underbrace{\frac{p \cdot c}{|q|}}_{\text{Steifigkeit}} \cdot \frac{\sin(\alpha)}{B c} \quad (2.2)$$

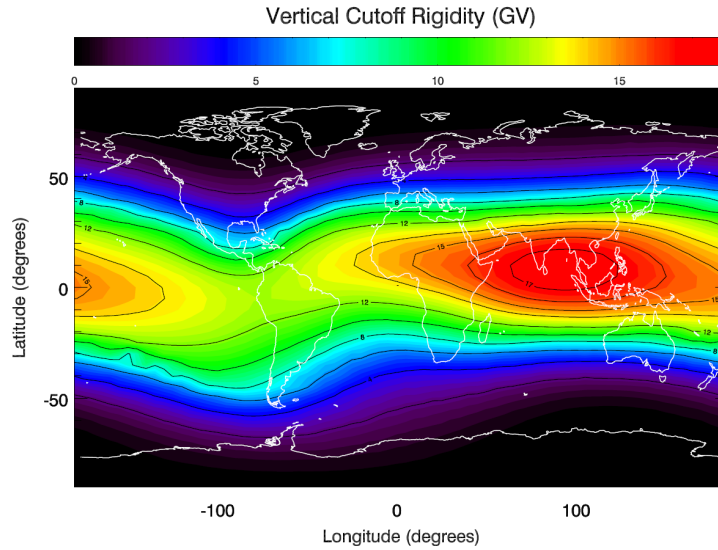


Abbildung 2.4.: Geomagnetische vertikale Abschneidesteifigkeit in Abhängigkeit des Längen- und Breitengrades in einer Höhe von 20 km [13, S. 60]

Hier beschreibt der erste Bruch die Steifigkeit (mit $c \equiv$ Lichtgeschwindigkeit). Die minimale Steifigkeit, bei der ein Teilchen in das Erdmagnetfeld bis auf Höhen der Größenordnung 20 km eindringen kann, bezeichnet man als Abschneidesteifigkeit. Das Experiment wird in einer Region mit geringer Abschneidesteifigkeit durchgeführt (KIRUNA, Nord-Schweden), weshalb dort die Filterung der Magnetosphäre nicht ins Gewicht fällt. Die Richtungsabhängigkeit kann dort dennoch nur als „halb-isotrop“ angenommen werden, da die Erde einen großen Teil der Strahlung einseitig abschirmt.

Aus beiden Gleichungen (2.1) und (2.2) kann man darüber hinaus ablesen, dass neben dem Eintrittswinkel der Teilchen auch deren Ladung und Geschwindigkeit bzw. äquivalent deren kinetische Energie eine große Rolle spielen. Die Abbildung 2.5 zeigt das Energiespektrum von Protonen der *GKS* an unterschiedlichen Orten der Erde. Jede Farbe repräsentiert eine Region mit einer anderen Abschneidesteifigkeit. Es ist der Protonenfluss in Abhängigkeit der kinetischen Energie aufgetragen.

Alle neun Energiespektren haben je nach Abschneidesteifigkeit einen „Knick“ bei unterschiedlichen kinetischen Energien. Die Positionen dieser „Knicks“ sind jedoch erst bei Berücksichtigung der Ruheenergie $E_0 = m_0 c^2$ unter Verwendung der relativistischen Masse-Impuls-Beziehung zu erklären [9, S. 63]:

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (m_0 c^2)^2} \quad (2.3)$$

E Gesamtenergie

p Impuls

c Lichtgeschwindigkeit

m_0 Ruhemasse

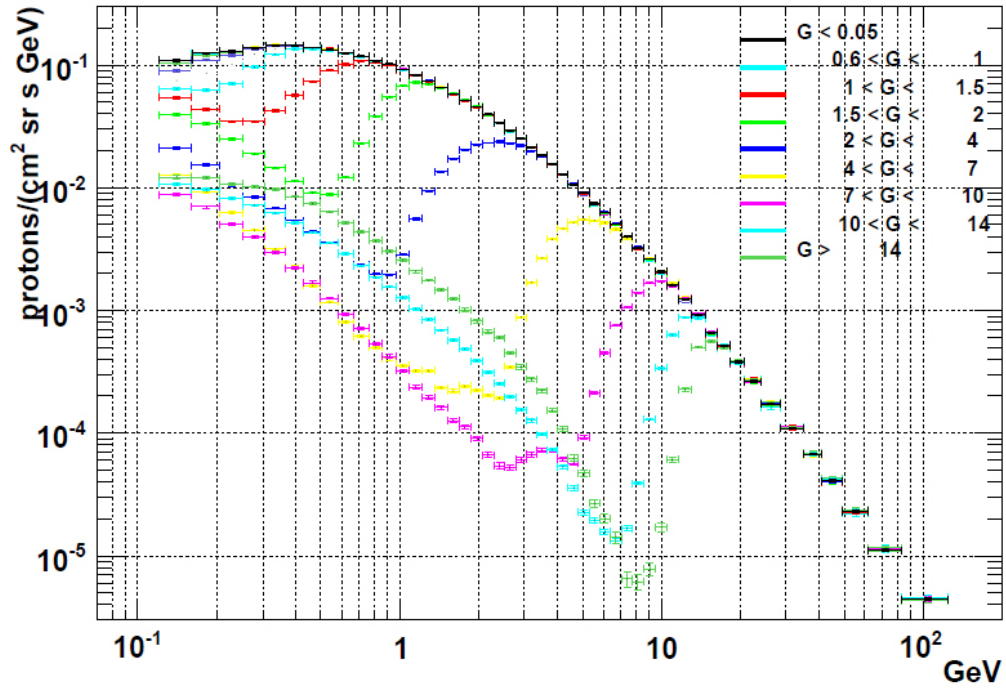


Abbildung 2.5.: Energiespektren von kosmischen Protonen bei verschiedenen geomagnetischen Abschneidesteifigkeiten [2]

Bei höheren Werten der Abschneidesteifigkeit gelangen nur Protonen mit Energien > 10 GeV nahezu ungestört durch das Magnetfeld. Die Intensitätszunahme hin zu den niedrigeren Energien ist auf Albedoteilchen zurückzuführen [2].

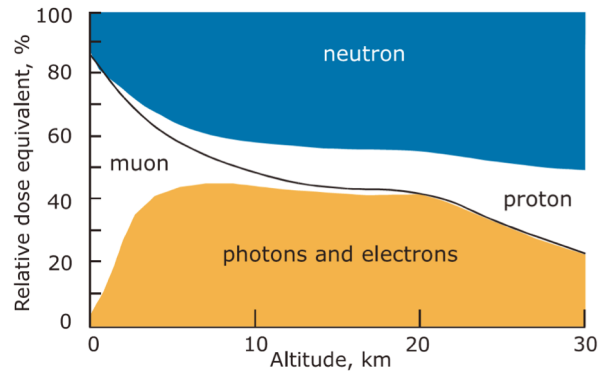
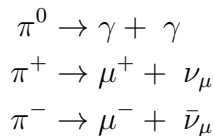


Abbildung 2.6.: Komponenten der Galaktischen Kosmischen Strahlung und ihr prozentualer Beitrag zur Äquivalentdosis in Abhängigkeit der Höhe [7]

2.1.4. Transport durch die Atmosphäre

Teilchen der Primärstrahlung, die es bis in die Atmosphäre schaffen, wechselwirken mit den dort vorhandenen Gasmolekülen. Ab einer Energie von ca. 500 MeV kann dies über Kernwechselwirkung bzw. genauer Spallationsprozesse geschehen [13]. Ein einziges Teilchen der *GKS* kann daher eine ganze Teilchenkaskade aus Sekundärteilchen auslösen. Mit abnehmender Höhe nimmt die Zahl der Sekundärteilchen zu und die der Primärteilchen ab. Unterhalb von 20 km überwiegt jedoch die Teilchen-Absorption die Teilchen-Produktion und es kommt infolgedessen zu einem Maximum dieses Verhältnisses in einer Höhe von rund 20 km. Dieses Maximum heißt PFOTZER-Maximum. Ein Beispiel für eine Teilchenkaskade ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Dort ist der Zerfall in eine elektromagnetische, eine hadronische und in eine myonische Komponente unterteilt. In der Darstellung ist das Initialteilchen ein Proton, das mit einem weiteren Proton wechselwirkt. Es entstehen vermehrt Pionen, die sich aufgrund des hohen Anfangsimpulses der Primärteilchen weiter in Richtung Erdboden bewegen. Sie zerfallen mit einer mittleren Lebensdauer von 26 ns (bzw. $8,4 \cdot 10^{-17}$ s für π^0) quasi sofort nach folgendem Schema [9, S. 179]:



Das Myon-Neutrino und Myon-Antineutrino gehen durch jegliche Materie nahezu wechselwirkungsfrei hindurch und sind deshalb nicht von Interesse. Die Gammaquanten aus dem π^0 -Zerfall führen zu der elektromagnetischen Komponente. Myonen werden vermehrt im Bereich des PFOTZER-Maximums erzeugt und haben eine mittlere Lebensdauer von $\tau = 2,2 \mu\text{s}$.

In Abbildung 2.6 sind die Komponenten der *GKS* und ihr prozentualer Beitrag zur Äquivalentdosis in Abhängigkeit der Höhe gegeben. Dort ist zu erkennen, dass sich die Teilchenzusammensetzung mit der Höhe ändert und der relative Anteil von Myonen an der Äquivalentdosis in den erwarteten Flughöhen von rund 25 km vernachlässigbar klein ist. Somit ist auch der relative Anteil an der gesamten Teilchenzusammensetzung vernachlässigbar klein. Am Erdboden

den hingegen dominieren Myonen alle anderen Teilchenarten. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Protonenspektrum betrachtet, das nach Abbildung 2.6 rund 20% der Äquivalentdosis ausmacht.

Mit der Veränderung der Teilchenzusammensetzung geht eine Änderung der Winkelverteilung einher. Die Partikel erhalten eine Vorzugsrichtung, was zu einer unbekannten Winkelverteilung führt. Diese zu vermessen ist Ziel des Projekts.

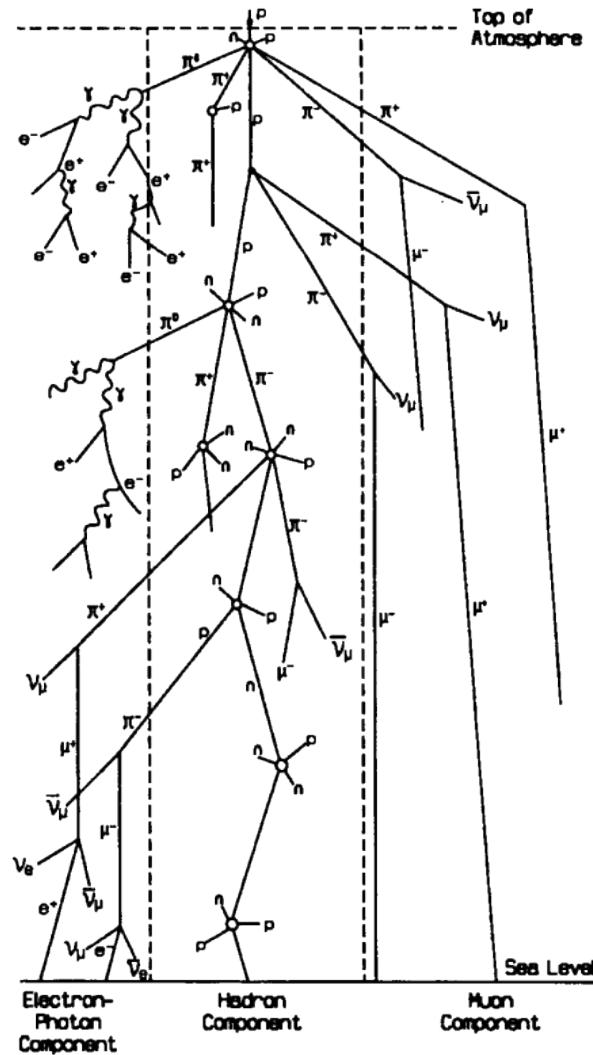


Abbildung 2.7.: Schematische Darstellung der Sekundärteilchenproduktion - initiiert durch ein Proton [12, S. 22]

2.2. Geometriefaktor G

Für die Entwicklung des Sensorkopfes ist es wichtig quantitative Aussagen über die zu erwartenden Zählraten treffen zu können. Eine dafür geeignete Größe ist der Geometriefaktor, auch geometrische Akzeptanz genannt.

Allgemein kann der Zusammenhang zwischen der Intensität J_α und der Zählrate C einer Teleskop-Koinzidenz-Messung durch folgende Gleichung beschrieben werden [21]:

$$C(\mathbf{x}, t_0) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} dt \int_S \hat{\mathbf{r}} \cdot d\boldsymbol{\sigma} \int_\Omega d\omega \int_0^\infty dE \sum_\alpha \varepsilon_\alpha(E, \boldsymbol{\sigma}, \omega, t) J_\alpha(E, \omega, \mathbf{x}, t) \quad (2.4)$$

- α Index für die Teilchensorte
- J_α spektrale Intensität der α -ten Teilchensorte [$\text{s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ E}^{-1}$]
- ε_α Nachweiswahrscheinlichkeit der α -ten Teilchensorte
- t Zeit
- t_0 Zeit beim Beobachtungsbeginn
- T Gesamtbeobachtungszeit
- $d\boldsymbol{\sigma}$ Flächenelement des letzten durchsetzten Detektors
- $S = A$ Gesamtfläche des Detektors
- $d\omega$ differentiellles Raumwinkелеlement
- Ω Raumwinkelbereich für ω , begrenzt durch die anderen Teleskopdetektoren
- $\mathbf{x}$ Ortskoordinate des Teleskops
- $\hat{\mathbf{r}}$ Einheitsvektor in Richtung ω
- $\hat{\mathbf{r}} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$ effektive Fläche der in Richtung ω weisenden Fläche

Bei idealisierenden Anforderungen an die Detektoren und einer isotropen Intensität I_0 lässt sich Gleichung (2.4) vereinfachen zu:

$$C = G I_0 \quad (2.5)$$

Den Proportionalitätsfaktor G nennt man hier Geometriefaktor. Er ist gegeben durch [21]:

$$G = \int_\Omega d\omega \int_S d\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}} \quad (2.6)$$

Eine analytische Lösung dieser Integrale ist nur in wenigen Fällen möglich. Daher werden die Geometriefaktoren für die diversen Koinzidenzen des Sensorkopfes mit Hilfe eine Monte-Carlo-Simulation bestimmt. Dennoch wird der Geometriefaktor eines planaren Detektors analytisch berechnet, um später die Korrektheit der Simulation zu verifizieren.

An Gleichung (2.4) kann man erkennen, dass das Problem im allgemeinen sehr viel komplexer ist. Der allgemeine Fall wird interessant, wenn man von einer rein geometrischen zu einer

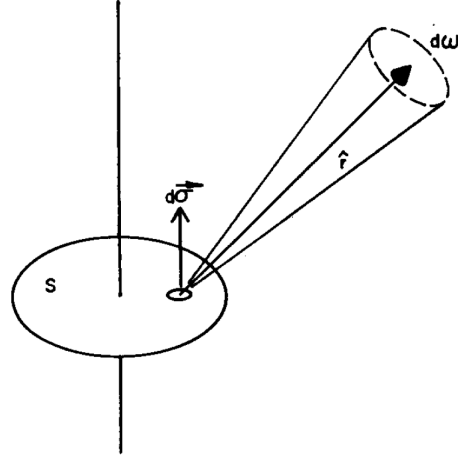


Abbildung 2.8.: Teleskop mit einem einzelnen planaren Detektor. Beschreibende Darstellung der Geometriefaktorberechnung [21]

physikalischen Betrachtung übergeht, bei der zusätzlich Teilchenenergien eine Rolle spielen.

2.2.1. Einzelner Detektor

Aus Gleichung (2.6) folgt der Geometriefaktor eines beliebigen planaren Detektors in Gleichung (2.7) [21]. Der Faktor hängt hier nur noch von der Geometrie des Aufbaus ab. Die Integrale wurden in Anhang A nachgerechnet.

$$G = \int_{\Omega} d\omega \int_S d\sigma \cdot \hat{\mathbf{r}} = \pi A \quad (2.7)$$

Die sensitive Fläche der Photodioden ist rechteckig und hat die Maße $a = 1 \text{ cm}$ und $b = 2 \text{ cm}$. Der Geometriefaktor ergibt sich zu:

$$G = \pi \cdot 1 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \approx 6,28 \text{ cm}^2 \text{ sr} \quad (2.8)$$

Ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit dem hier berechneten Wert findet in Abschnitt 3.2.2 statt.

2.2.2. Koinzidenz - Teleskopaufbau

Da zur Detektion im Allgemeinen Halbleiterteleskope verwendet werden, sind die Berechnungen des Geometriefaktors im Hinblick auf die Zählraten für einzelne Detektoren nicht sehr aussagekräftig, jedoch hilfreich zur Validierung der Simulation. Der gesamte Sensorkopf basiert auf der Idee über Koinzidenzmessungen den Eintreffwinkel eines Teilchens zu bestimmen bzw. einzugrenzen. Die analytische Berechnung des Geometriefaktors für eine Koinzidenz mit zwei idealen, rechteckigen, parallelen Detektoren (siehe Abbildung 2.9) aus der Abhandlung von SULLIVAN hat sich als falsch herausgestellt. Die dort gegebene Abschätzung kann dennoch als geeignete

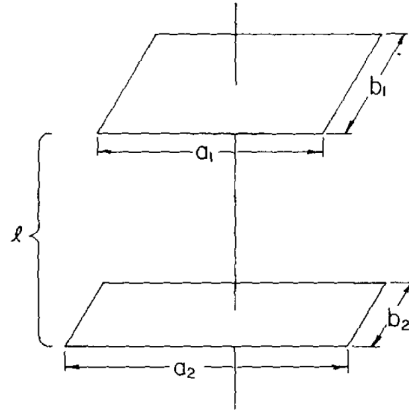


Abbildung 2.9.: Aufbau eines Teleskops aus zwei idealen, rechteckigen, parallelen Detektoren [21]

Formel herangezogen werden [21]:

$$\frac{A_1 A_2}{l^2} \geq G \geq \frac{A_1 A_2}{l^2} \left[1 - \frac{a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2}{6l^2} \right] \quad (2.9)$$

Da wir nur eine Art von Detektoren verwenden, gilt in unserem Fall $A := A_1 = A_2$, $a := a_1 = a_2$ und $b := b_1 = b_2$. Daher vereinfacht sich Gleichung (2.9) zu:

$$\frac{A^2}{l^2} \geq G \geq \frac{A^2}{l^2} \left[1 - \frac{a^2 + b^2}{3l^2} \right] \quad (2.10)$$

In der Detektoranordnung unseres Sensorkopfes kommt lediglich eine Koinzidenz dem Aufbau in Abbildung 2.9 nahe. Der Vergleich dieser Abschätzung mit den Simulationsergebnissen findet in Abschnitt 3.3.3 statt.

3. Monte-Carlo-Simulation mit GEANT4

GEANT4 (***G**eometry **a**nd **T**racking*) ist eine vom CERN entwickelte Software zur Simulation von Teilcheninteraktionen mit Materie. Das auf C++ basierende und objektorientiert programmierte Softwarepaket benutzt Monte-Carlo-Algorithmen und verschiedene empirische und theoretische Modelle, um Wechselwirkungen realitätsnah zu simulieren. Viele für diese Prozesse relevanten Parameter sind bereits in dem Paket vorhanden. Dazu gehören beispielsweise die Eigenschaften der Elementarteilchen. Über die GPS (***G**eneral **P**article **S**ource*) stehen des weiteren verschiedene vorprogrammierte θ -Winkelverteilungen zur Auswahl, wobei weitere Potenzen der Kosinusverteilung fehlen. Diese müssen manuell vorgegeben werden.

Die Simulation findet mit Hilfe einer Macro- und einer GDML-Datei (***G**eometry **D**escription **M**arkup **L**anguage*) statt. Die Macro-Datei enthält Simulationparameter wie zum Beispiel Art und Anzahl der zu verwendenden Teilchen, Ort und Form des Teilcheneinschusses und das Energiespektrum. In der GDML-Datei werden Detektorgeometrie und die zugehörigen Materialien definiert.

In diesem Teil wird zu Beginn der Sensorkopf vorgestellt und die zugehörige Konstruktion der Geometrie erläutert. Daraufhin wird der Simulationsprozess beschrieben und anhand der Theorieüberlegungen aus Abschnitt 2.2 validiert. Am Ende werden zwei Simulationen dargelegt, wobei die erste rein die Geometrie betrachtet und die zweite zusätzlich Teilchenwechselwirkungen berücksichtigt.

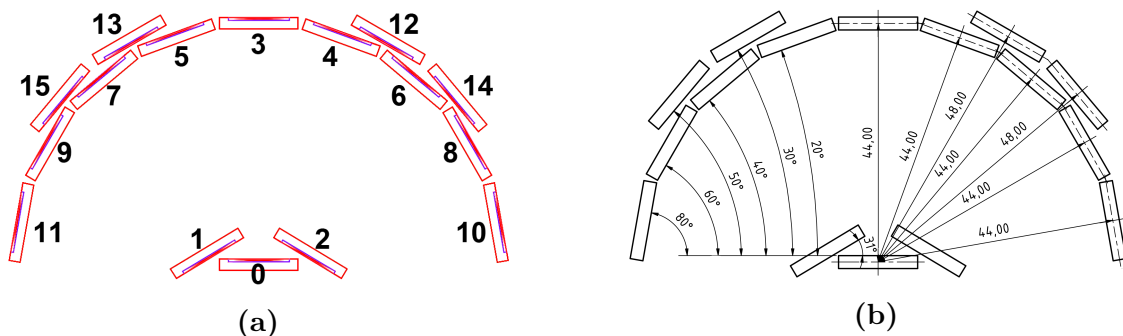


Abbildung 3.1.: (a) Seitenansicht mit zugehörigen Identifikationsnummern und (b) Maße des Sensorkopfaufbaus. Der blaue Bereich in (a) ist das sensitive Gebiet der Photodiode und der rote die Fassung.

3.1. Sensorkopf

3.1.1. Aufbau

Der Sensorkopf ist eine Anordnung von 16 identischen, auf Silizium basierenden **Solid-State-Detektoren (SSD)**. Jede SSD hat ihre eigene Identifikationsnummer (*ID*). Sie reichen von 0 bis 15 und sind unerlässlich für das Ausmachen von Koinzidenzen. In Abbildung 3.1a sieht man den Sensorkopf in Seitenansicht mit den zugehörigen IDs. Im folgenden wird gesondert auf die untere, mittlere Diode 0 und die Koinzidenz aus den Dioden 3 und 0 eingegangen.

In Abbildung 3.1b sieht man einen Auszug aus der CAD-Zeichnung der Halterungsplatten des Sensorkopfes. Die dort gegebenen Maße wurden für die Simulation verwendet.

3.1.2. Geometriedefinition

Der Sensorkopf besteht aus 16 sich wiederholenden Strukturen mit den Maßen der verwendeten Photodiode. Es reicht daher aus eine dieser Strukturen zu erstellen und sie zu duplizieren. Die Definition der Geometrie erfolgt in mehreren Schritten und beginnt mit der Konstruktion logischer Körper. Ein schematisches Diagramm der Schrittfolge ist in Abbildung 3.2 gegeben. Die für den Sensorkopf verwendete SSD lässt sich in den für geladene Teilchen sensitive Bereich

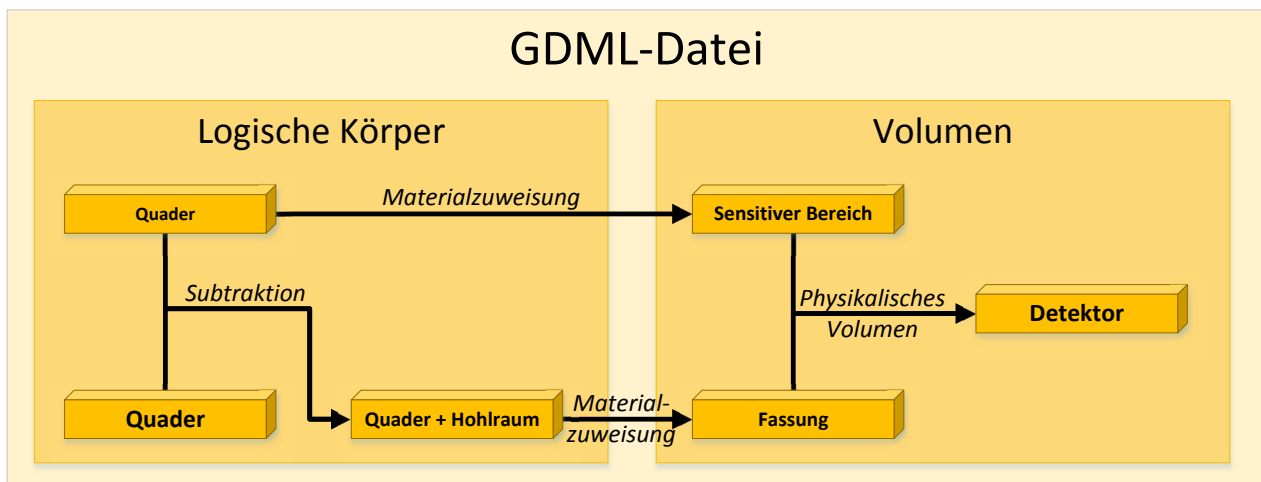


Abbildung 3.2.: Schematisches Diagramm der Detektorkonstruktion

und dessen Fassung einteilen. Es genügt daher zwei Quader mit unterschiedlicher Größe zu definieren und sie ineinander zu platzieren. Letzteres kann jedoch zu Problemen führen, da gelegentlich Teilchen an den Randflächen nicht korrekt in das jeweilige Volumen eindringen. Aus diesem Grund wird der Quader des sensitiven Bereichs aus dem Quader der Fassung geschnitten und erst dann an selbiger Stelle platziert. Der Schnitt ist über eine Subtraktion beider Körper möglich. Man erhält, wie in Abbildung 3.3 zu sehen, für die SSD zwei logische Körper. Im

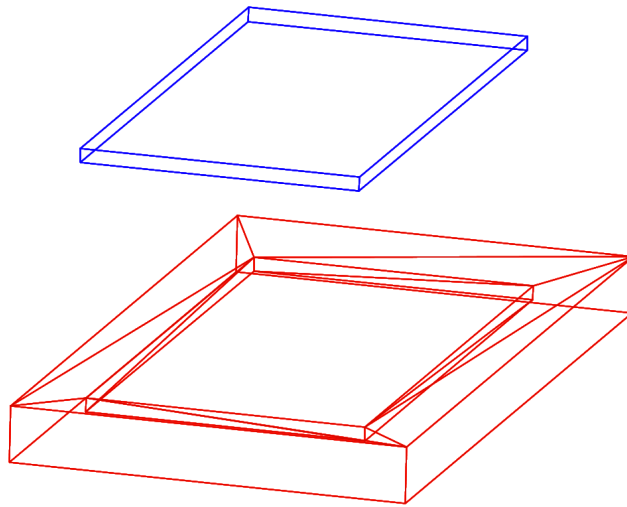


Abbildung 3.3.: Extrusionsabbildung des Diodenaufbaus. Zu sehen ist das sensitive Volumen (blau) und die zugehörige Fassung (rot).

zweiten Schritt werden beide Körper separat als Volumen definiert. Hier ist es möglich das Material festzulegen. Für den sensitiven Bereich wird Silizium und für die Fassung Keramik verwendet. Des weiteren wird an dieser Stelle festgelegt welches der beiden Volumen Teilchen detektieren kann. Im letzten Schritt müssen die beiden logischen Volumen noch zueinander angeordnet werden. Dafür wird ihnen ein Muttervolumen zugeordnet, das Ort und Orientierung der Töchtervolumina beinhaltet. Das Muttervolumen entspricht nun dem fertigen Detektor den es im Raum der Simulation zu platzieren gilt.

3.2. Simulationsprozess

3.2.1. Verfahren

Vor jeder neuen Simulation müssen die Parameter Teilchenart, Teilchenzahl N , Einschussfläche A , Winkelverteilung und Energiespektrum (bei Geantinos irrelevant) definiert werden. Die erzeugte Ausgabe-Datei enthält Informationen über alle Teilchen, die einen Detektor durchquert haben. Dazu gehören Teilchen- und Detektor-*ID*, deponierte Energie und die Impulsvektorkomponenten φ und θ in Kugelkoordinaten. Jede Detektion wird einzeln zeilenweise gesichert. Koinzidenzen kann man über die Abfrage ausmachen, ob ein und dieselbe Teilchen-*ID* in mehreren Zeilen zu verschiedenen Detektor-*IDs* ausgegeben wurde. Ist die deponierte Energie des Weiteren groß genug, um von der im realen Experiment verwendeten Elektronik registriert zu werden (> 60 keV), handelt es sich um eine valide Koinzidenz.

Für die Bestimmung der Geometriefaktoren aus der Monte-Carlo-Simulation werden Geantinos verwendet, die von der Oberfläche eines geschlossenen Volumens cos-verteilt zur Oberflächennormale eingeschossen werden. Geantinos sind imaginäre Teilchen, die keinerlei Wechselwirkung mit Materie haben und sich daher gut zur Bestimmung der Geometriefaktoren eignen.

In einigen Fällen muss das Volumen nicht geschlossen sein, sondern nur den Öffnungswinkel des Detektors abdecken. Durch diese Art des Einschusses wird ein isotroper Fluss erzeugt. Der Geometriefaktor G einer Koinzidenz (oder auch eines einzelnen Detektors) entspricht dann dem Verhältnis aus den eingeschossenen Teilchen N und den registrierten Teilchen N' mal dem Geometriefaktor der Halbkugel $G_{\text{HK}} = 2\pi^2 r^2$:

$$G = G_{\text{HK}} \frac{N'}{N} \quad (3.1)$$

3.2.2. Validierung des Verfahrens

Im Falle eines isotropen Flusses sollte ein einzelner, planarer Detektor eine $\cos$ -Verteilung des θ -Winkels und eine isotrope Verteilung des φ -Winkels „sehen“. Der Geometriefaktor sollte nach Gleichung (3.1) gegeben sein. Um dies zu verifizieren wird zunächst ein infinitesimal dünner Detektor ($A = 1 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}$) unter einer Halbkugel ($r = 1.12 \text{ cm}$, $O = 2\pi r^2 \approx 7,88 \text{ cm}^2$) konstruiert, da hier nur Teilchendetektionen aus dem Halbraum interessieren. Im Anschluss werden die θ - und φ -Winkel betrachtet unter denen die Teilchen die sensitive Fläche durchqueren.

Die sich ergebenden Histogramme sind in Abbildung 3.4a-c zu sehen. Abbildung 3.4a zeigt die Anzahl der entsprechenden θ -Winkel unter denen die Teilchen den Detektor durchqueren haben. Eine $\cos$ -Verteilung des θ -Winkels lässt anfangs intuitiv auf ein Histogramm der Form von 3.4c schließen. Da jedoch der Teilchenfluss durch eine planare Fläche im isotropen Feld durch

$$dn = \left(\frac{N\langle v \rangle}{4} \right) \frac{1}{\pi} A \cos(\theta) d\omega \quad (3.2)$$

dn Fluss durch die Fläche A

N Teilchenanzahldichte

$\langle v \rangle$ Mittlere Teilchengeschwindigkeit

A Flächeninhalt der betrachteten Fläche

$d\omega$ Raumwinkelement in dem der Geschwindigkeitsvektor liegt

gegeben ist [11], ergibt sich allgemein mit $d\omega = \sin(\theta)d\theta d\varphi$ eine $\cos$ - $\sin$ -Abhängigkeit:

$$dn = \left(\frac{NA\langle v \rangle}{\pi 4} \right) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (3.3)$$

Als zentrales Ergebnis des Artikels von GREENWOOD ergibt sich nach weiteren Überlegungen die polare Winkel-Wahrscheinlichkeitsverteilung $g(\theta)$ zu:

$$g(\theta) = \frac{1}{N_0} \frac{dn_\theta}{d\theta} = 2 \cos(\theta) \sin(\theta) \quad (3.4)$$

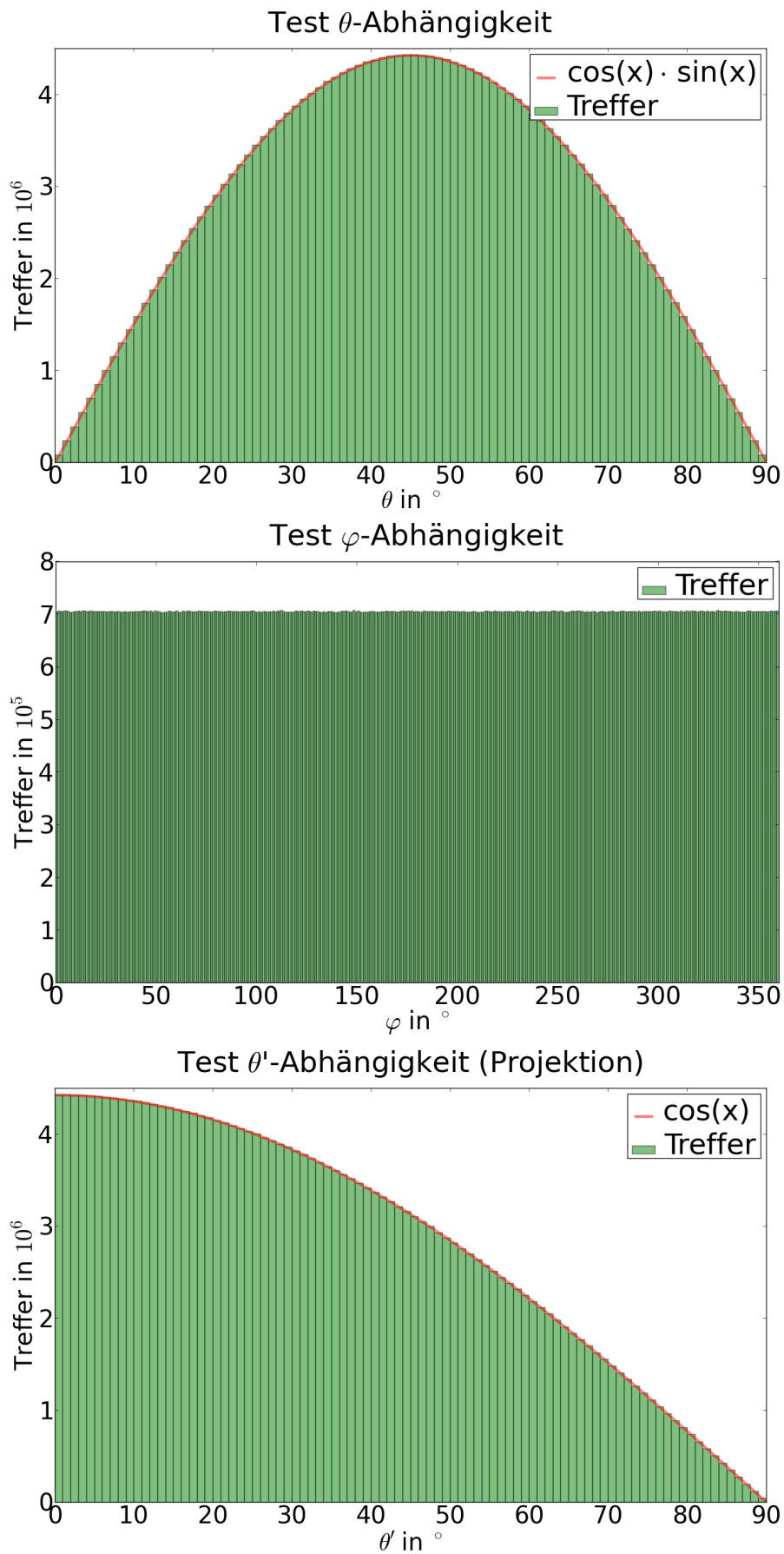


Abbildung 3.4.: Winkelverteilungen eines idealen Detektors bei isotropen Fluss. Teilchenzahl $N = 10^9$, Treffer $N' = 253\,738\,502$

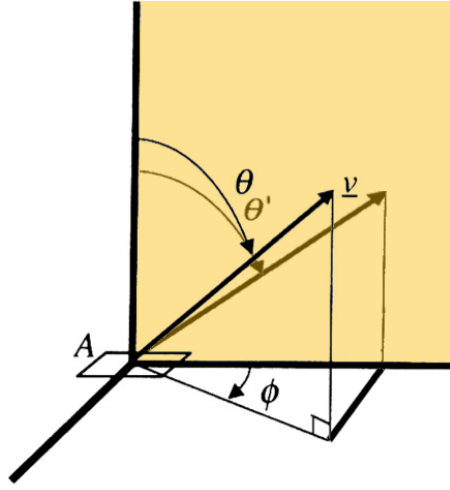


Abbildung 3.5.: Winkel-Projektion. Beschreibendes Bild der Gleichung (3.5)

Daher wurde in 3.4a der Verlauf von $\cos(\theta) \cdot \sin(\theta)$ mit angepassten Koeffizienten zusätzlich ins Histogramm aufgenommen. Man kann erkennen, dass sich der Verlauf des Histogramms mit dem von $g(\theta)$ deckt.

Für das Histogramm 3.4c wurden die Impulsvektoren der Teilchen auf die Detektorebene projiziert (siehe Abb. 3.5). Dadurch wurde der φ -Winkel nicht wie in Histogramm 3.4a ignoriert, sondern eliminiert. Die für die Umrechnung verwendete Gleichung lautet:

$$\theta' = \arctan(\cos \varphi \tan \theta) \quad (3.5)$$

Die Simulation wurde mit $N = 10^9$ Teilchen durchgeführt, von denen $N' = 253\,738\,502$ den Detektor getroffen haben. Nach Gleichung (3.1) ergibt sich der Geometriefaktor des Detektors zu:

$$G = \pi \cdot \underbrace{7,88 \text{ cm}^2}_{\text{Oberfläche}} \frac{253\,738\,502}{10^9} \approx 6,28 \text{ cm}^2 \text{ sr} \quad (3.6)$$

Im Vergleich mit dem in Gleichung (2.8) berechneten Wert stimmt der simulierte bis auf die dritte Nachkommastelle überein.

Das Verfahren des cos-Verteilten Einschusses von den Oberflächennormalen zur Erzeugung eines isotropen Felds und die Korrektheit des für die Auswertung verwendeten Python-Skriptes sei hiermit verifiziert. Dasselbe Verfahren kann auch mit jeder anderen Geometrie durchgeführt werden.

3.3. Sensorkopf im isotropen Feld

3.3.1. Simulationsparameter

Zur Bestimmung der Geometriefaktoren der einzelnen Koinzidenzen wird der Sensorkopf von einer geeignet dimensionierten Kugel ($r = 5,2 \text{ cm}$) umgeben, die ihn komplett umschließt. Es wird erneut isotrop eingeschossen. Simuliert wird mit $N = 10^9$ Teilchen, um eine möglichst gute Statistik zu erhalten

Der Einschuss aus einer Halbkugel über dem Detektor ist in diesem Fall nicht möglich, da zum Beispiel die Koinzidenz 10-9 im Verhältnis falsche Zählraten liefern könnte. Hier sind Teilchendetektionen aus zwei Richtungen möglich. Einmal könnten Teilchen von rechts unten (siehe Abbildung 3.1a) und einmal von links oben durch die beide Detektoren treten. Das wäre für viele andere Koinzidenzen (z.B. 3-0) nicht möglich. Das Verhältnis der Zählraten wäre gestört. Daher wird forciert, dass für alle Koinzidenzen beide Detektionsrichtungen möglich sind und im nachhinein die Zahl der Detektionen halbiert.

3.3.2. Geometriefaktoren

In Anhang B.1 ist eine Tabelle mit allen durch die Simulation erzeugten Koinzidenzen gegeben. Sie hat nicht den Anspruch auf Vollständigkeit, da durch die Tatsache einer Monte-Carlo-Simulation immer eine bestimmte Koinzidenz zufällig nicht durchlaufen werden könnte. Der dort gegebene relative Fehler der Geometriefaktoren berechnet sich aus:

$$\Delta G = \frac{1}{\sqrt{N}} + \frac{1}{\sqrt{N'}} \quad (3.7)$$

Wobei N die Gesamtzahl der eingeschossenen Teilchen ist und N' diejenigen, die von der Koinzidenz detektiert wurden. Dieser rein statistische Fehler ist jedoch klein gegenüber dem systematischen Fehler, den man durch Ungenauigkeiten in den realen Geometrieabmessungen bekommt. Die dort gezeigten Geometriefaktoren sind „*exklusiv*“ zu verstehen. Das bedeutet z.B., in der Berechnung für den Geometriefaktor der Koinzidenz 3-0 wurden keine Teilchen berücksichtigt, die zusätzlich noch durch andere Detektoren getreten sind. Für 3-0 sind explizit die Koinzidenzen 3-1-0 und 3-2-0 ausgeschlossen. Um den „gesamten“ Geometriefaktor der Koinzidenz 3-0 abzulesen, müssen drei Werte addiert werden. Diese drei Werte sind in der Tabelle fett gedruckt (#11, #214, #215). Es ergibt sich ein Geometriefaktor von:

$$G = \underbrace{0,1916 \text{ cm}^2 \text{ sr}}_{\#11} + \underbrace{0,0039 \text{ cm}^2 \text{ sr}}_{\#214} + \underbrace{0,0039 \text{ cm}^2 \text{ sr}}_{\#215} = 0,1994 \text{ cm}^2 \text{ sr} \quad (3.8)$$

Dieser Geometriefaktor wird im folgenden als „*inklusiv*“ bezeichnet. Teilchen die durch die SSDs der betrachteten Koinzidenz und zusätzlich durch weitere Detektoren getreten sind werden bei *inklusive* Geometriefaktoren ebenfalls berücksichtigt. Die Abschätzung aus Gleichung (2.10)

liefert mit $a = 1 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$, $A = 2 \text{ cm}^2$ und $l = 4,4 \text{ cm}$:

$$\frac{(2 \text{ cm}^2)^2}{(4,4 \text{ cm}^2)^2} \geq G \geq \frac{(2 \text{ cm}^2)^2}{(4,4 \text{ cm}^2)^2} \left(1 - \frac{(1 \text{ cm})^2 + (2 \text{ cm})^2}{3 \cdot (4,4 \text{ cm})^2} \right)$$

$$0,2066 \text{ cm}^2 \text{ sr} \geq G \geq 0,1888 \text{ cm}^2 \text{ sr} \quad (3.9)$$

Der simulierte Geometriefaktor liegt in dem durch die Abschätzung gegebenen Intervall.

3.3.3. Winkelabhängigkeiten

In Anhang B.2 sind Farbhistogramme der θ - φ -Abhängigkeit gegeben. Aus Darstellungsgründen wurden die Treffer der φ -Winkel in 4° -Schritten zusammengefasst. Es sind die Koinzidenzen des inneren Bogens mit den drei mittleren Detektoren gezeigt. Die Zählraten N' im Titel der jeweiligen Koinzidenz sind durch den Einschuss von der Vollkugeloberfläche doppelt so groß, wie sie für die Berechnung des Geometriefaktors in der Tabelle in Anhang B.1 verwendet wurden. Außerdem wurden die Zählraten der symmetrisch gelegenen Detektoren zusammengefasst, da sie in der realen Messdatenauswertung den selben θ -Winkelbereich abdecken. Alle Histogramme sind *inklusive* Darstellungen.

In Abbildung 3.6 sind die Zählraten der Koinzidenzen des inneren Bogens mit dem 0-Detektor über den θ - und θ' -Winkel (nach Gleichung (3.5)) aufgetragen. Wieder wurden die symmetrisch gelegenen Detektoren zusammengefasst. Man kann erkennen, dass die Umrechnung in den Projektionswinkel für Winkel gegen 90° immer weniger Einfluss auf den Verlauf des Histogramms hat. In den Bereichen kleiner Winkel sind jedoch starke Abweichungen zu erkennen. Alle fünf Kurven haben bei Betrachtung der Projektion einen sehr geringen bis gar keinen Überlapp, insbesondere nicht in den Winkelbereichen um 50° und 70° . An diesen Stellen wurden jedoch weitere SSDs platziert (12, 13, 14, 15), da dort die größte Differenz der Zählraten in Hinblick auf die Bestimmung der Winkelverteilung vermutet wird. An diesen Stellen ist ein gewisser Überlapp erwünscht, um über Mehrfachkoinzidenzen den Eintrittswinkel noch genauer eingrenzen zu können.

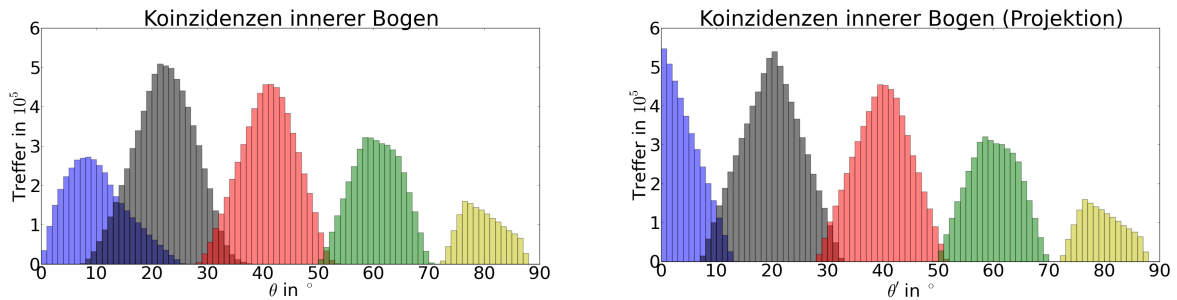


Abbildung 3.6.: Zählraten der Koinzidenzen des inneren Bogens mit dem 0-Detektor (inklusive Darstellung). In der Projektion liegen die Spitzen näherungsweise auf einer Kosinus-Kurve. Legende: blau 3-0, schwarz 4/5-0, rot 6/7-0, grün 6/9-0, gelb 10/11-0

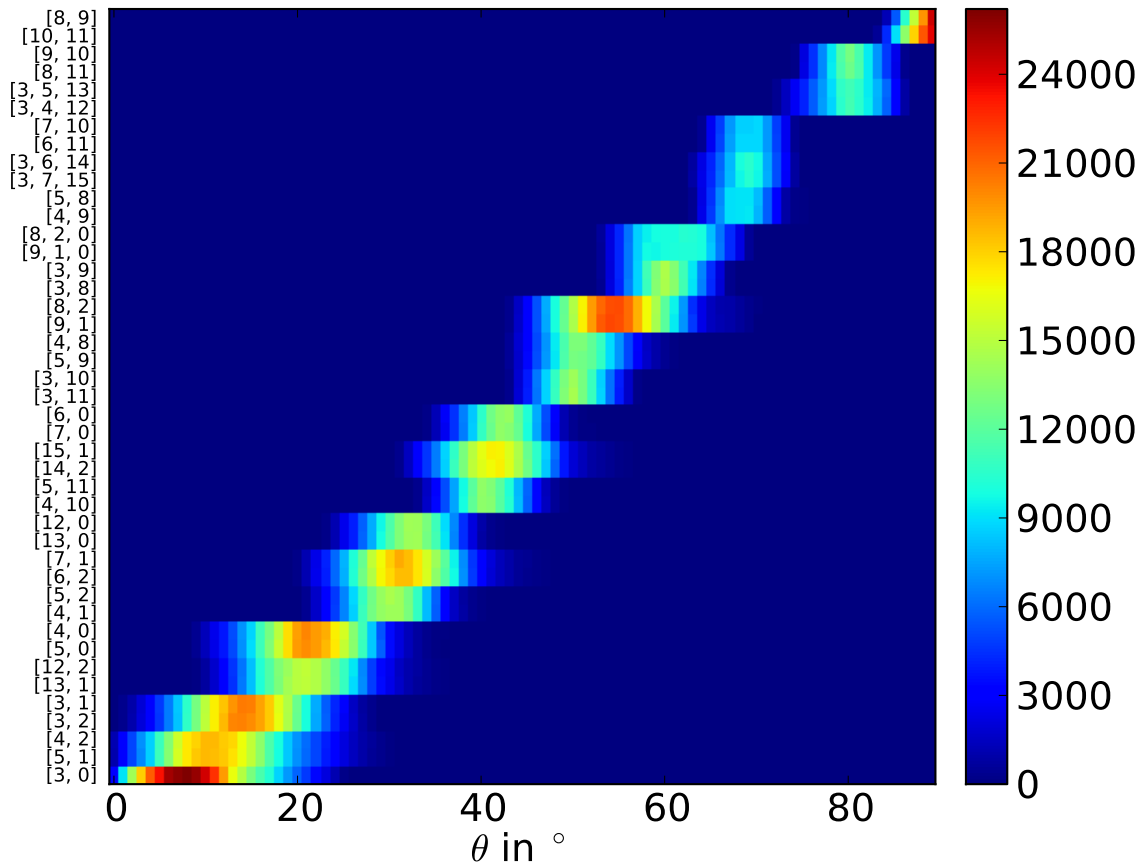


Abbildung 3.7.: Signifikante Koinzidenzen, die den gesamten Winkelbereich abdecken. Sie wurden aus der Darstellung 3.8 extrahiert. Exklusive Darstellung.

Dass der Detektoraufbau den gesamten Winkelbereich hinreichend gut abdeckt ist an Abbildung 3.8 zu sehen. Dort sind die Trefferzahlen *fast* aller Koinzidenzen über den Zenitwinkel aufgetragen. Aus Darstellungsgründen sind lediglich Koinzidenzen mit einem Geometriefaktor $< 0,2 \text{ cm}^2 \text{ sr}$ zu sehen. Die ausgeschlossenen Koinzidenzen sind der dortigen Bildunterschrift 3.8 zu entnehmen. Man kann einige Koinzidenzen erkennen, die einen vergleichsweise scharfen Scheitelwert und gleichzeitig eine hohe Zählrate haben. Diese sind in Abbildung 3.7 zusammengefasst. Bündelt man diejenigen Koinzidenzen, deren Winkelbereiche sich überlagern können zehn Kanäle ausgemacht werden, die den gesamten Winkelbereich abdecken. Die Kanäle sind in Abbildung 3.9 zu sehen und die zu den Kanälen beteiligten Koinzidenzen und Geometriefaktoren sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Es sind die exklusiven und inklusiven Geometriefaktoren gegeben. Bei der Berechnung für die inklusiven sei darauf hingewiesen, dass man zum Beispiel die Koinzidenz 3-1-0 den Kanälen 1 oder 2 zuordnen kann. Dort wurde sie in beiden Kanälen berücksichtigt.

Für die Auswertung der realen Messergebnisse sollen die hier bestimmten Kanäle bzw. auch die in Abbildung 3.7 gezeigten Koinzidenzen als Empfehlung dienen. Sie haben eine gute Statistik und einen vergleichsweise begrenzten Winkelbereich.

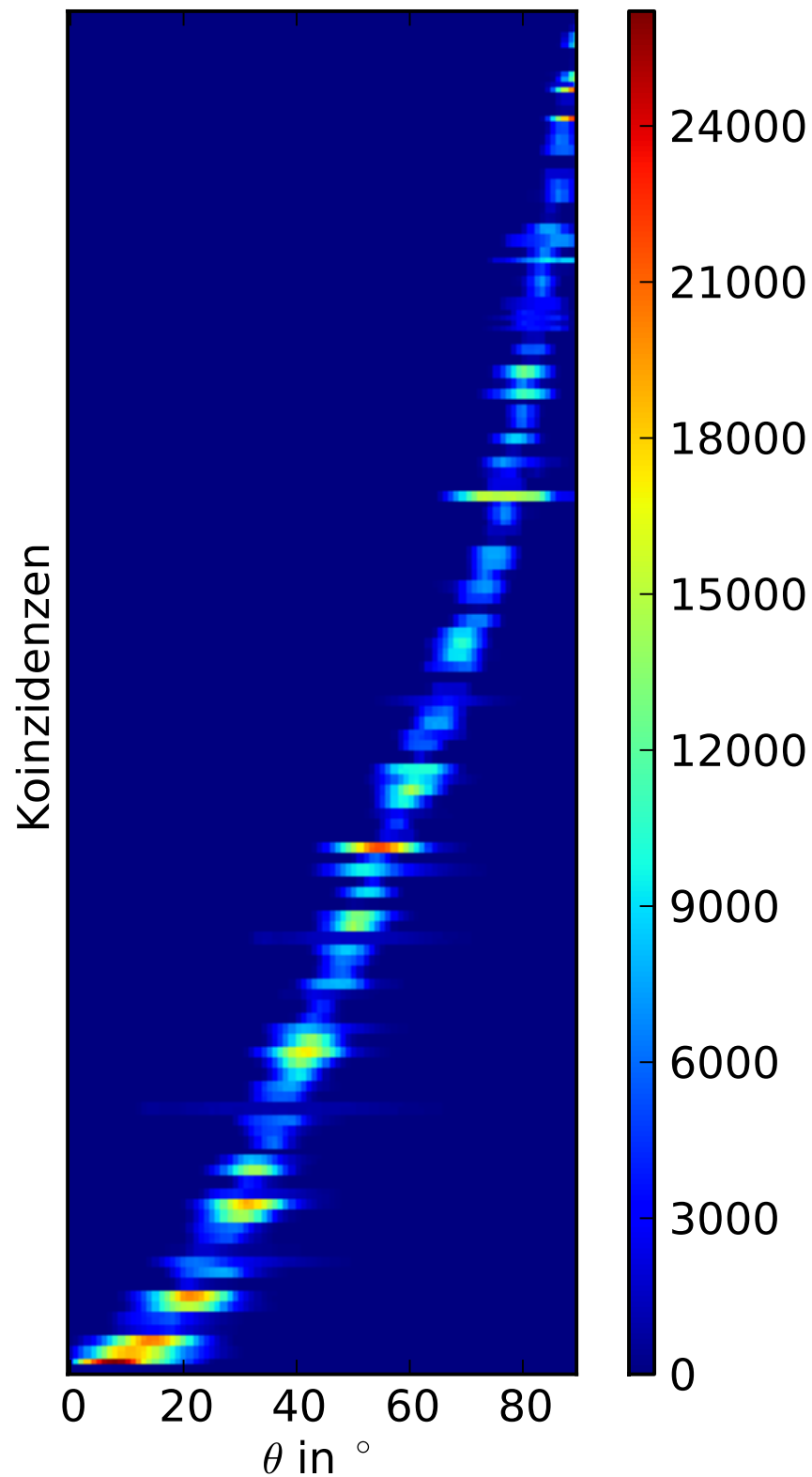


Abbildung 3.8.: Treffer der Koinzidenzen mit einem Geometriefaktor $< 0,20 \text{ cm}^2 \text{ sr}$ in Abhängigkeit des θ -Winkels. Es fehlen die Koinzidenzen: [14, 8], [15, 9], [13, 7], [12, 6], [14, 6], [15, 7], [13, 5], [12, 4], [2, 0], [1, 0] und [1, 2]. Dies ist eine exklusive Darstellung.

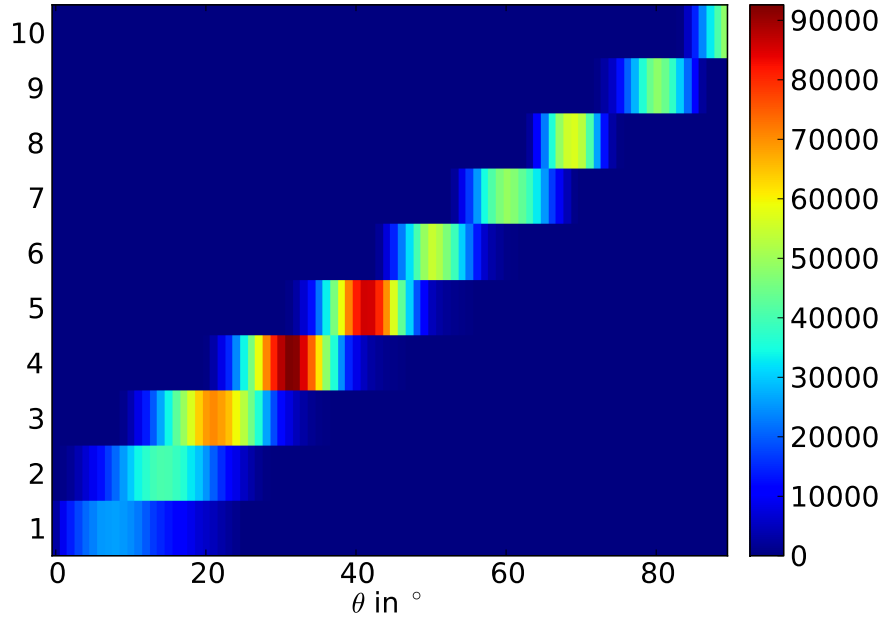


Abbildung 3.9.: Kanäle über Zenitwinkel. Für beteiligte Koinzidenzen siehe Tabelle 3.1 unten. Dies ist eine exklusive Darstellung.

Tabelle 3.1.: Auflistung der Kanäle mit beteiligten Koinzidenzen und zugehörigen exklusiven und inklusiven Geometriefaktoren

Kanal	Koinzidenzen	G_{ex} in $\text{cm}^2 \text{ sr}$	G_{in} in $\text{cm}^2 \text{ sr}$
10	[10,11], [8,9]	0.0894	0.1040
9	[3,4,12], [3,5,13], [9,10], [8,11]	0.1855	0.2012
8	[4,9], [5,8], [3,6,14], [3,7,15], [7,10], [6,11]	0.1977	0.2906
7	[3,8], [3,9], [8,2,0], [9,1,0]	0.2377	0.2672
6	[4,8], [5,9], [3,10], [3,11]	0.2347	0.2347
5	[15,1], [14,2], [6,0], [7,0], [5,11], [4,10]	0.4441	0.8935
4	[4,1], [5,2], [7,1], [6,2], [12,0], [13,0]	0.5232	0.9956
3	[12,2], [13,1], [4,0], [5,0]	0.4614	0.8002
2	[3,1], [3,2]	0.2941	0.3019
1	[3,0]	0.1916	0.1994

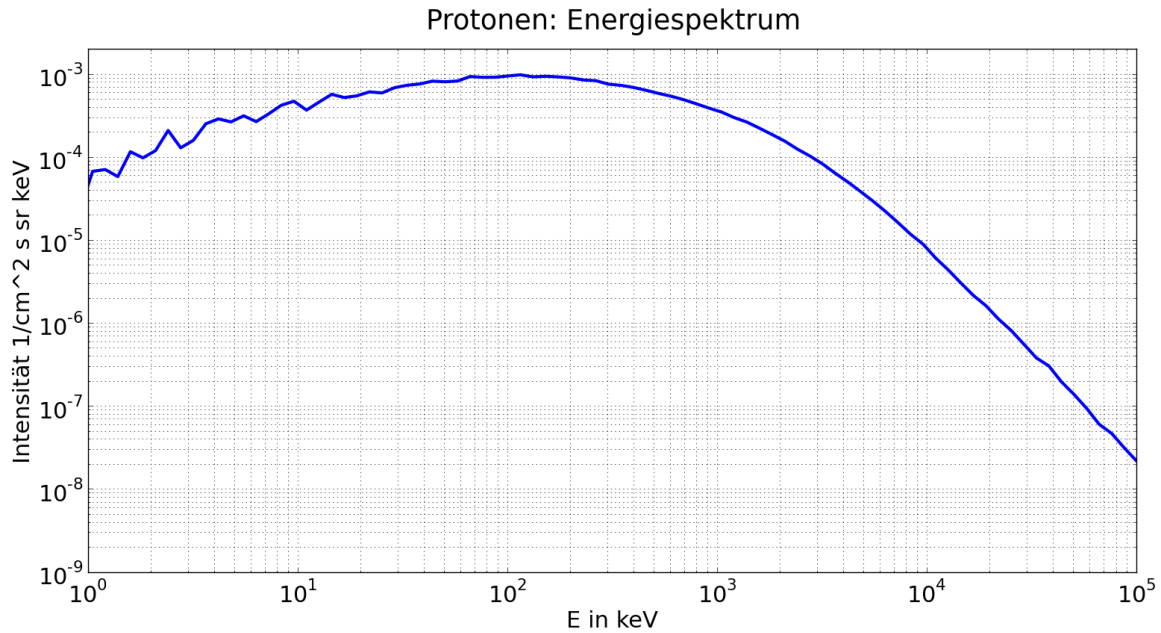


Abbildung 3.10.: PLANETOCOSMICS Energiespektrum der Protonen in einer Höhe von ca. 25 km [6]

3.4. Ansprechverhalten verschiedener Winkelverteilungen bei Protonenfluss

Als Beispiel für die Analyse der Winkelauflösung wird hier gezeigt, wie man eine $\cos$ - von einer $\cos^2\theta$ -Winkelverteilung unterscheiden kann. In diesem Teil werden Protonen mit beiden Winkelverteilungen eingeschossen, die Zählraten miteinander verglichen und zusätzlich von einer rein geometrischen zu einer physikalischen Betrachtung des Problems übergegangen. Protonen sind eine der dominierenden Teilchenarten in 25 km Höhe. Das verwendete Energiespektrum ist in Abbildung 3.10 zu sehen. Die reale Elektronik ist allerdings nur sensitiv für Teilchen, die Energien > 60 keV in einem Detektor deponieren. Daher können Teilchen mit Energien unterhalb dieses Schwellwertes nicht detektiert werden. Für Koinzidenzen müssen die Protonen mindestens $300 \mu\text{m}$ der aktiven Fläche des ersten Detektors durchqueren, bevor sie einen zweiten erreichen können. Der Energieverlust von Protonen beim Durchgang von $300 \mu\text{m}$ Silizium beträgt in etwa 6 MeV [5]. Das bedeutet, dass wir zweifach Koinzidenzen erst bei Protonen mit Energien > 6 MeV beobachten können. Dreifach Koinzidenzen erst bei Protonen mit einer Energie > 9 MeV. Bei Betrachtung der Energieverluste in der Keramikfassung der SSDs erhöhen sich die benötigten Energien zusätzlich. Folglich kann ausgeschlossen werden, dass Teilchen mit Energien < 6 MeV überhaupt detektiert werden, was einen Großteil des Spektrums in Abbildung 3.10 ausmacht.

Es werden zwei Möglichkeiten der Auswertung aufgezeigt. Bei der ersten wird eine repräsentative Koinzidenz mit möglichst guter Statistik herausgegriffen und auf diese normiert. Daraufhin werden die Zählraten der 3-0-Koinzidenz zu beiden Winkelverteilungen untersucht. Mittels Bodenmessungen, bei denen eine $\cos^2$ -Verteilung angenommen wird, kann während des Fluges

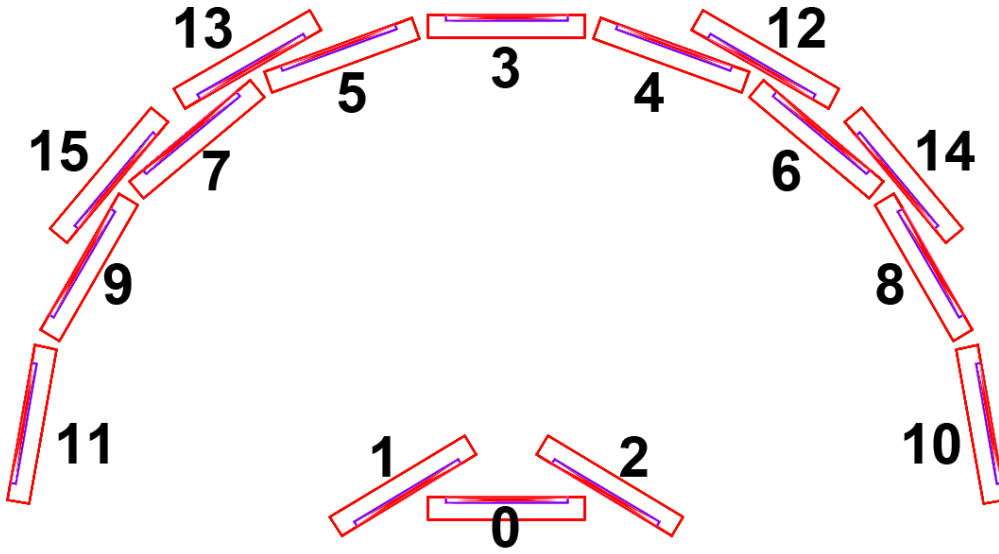


Abbildung 3.11.: Seitenansicht des Sensorkopfes mit zugehörigen Identifikationsnummern

allein aus der Zählrate der 3-0-Koinzidenz eine erste Abschätzung über die Winkelverteilung gemacht werden. Bei der zweiten werden die Zählraten mehrerer Koinzidenzen innerhalb einer Winkelverteilung zueinander ins Verhältnis gesetzt und die Abweichungen untersucht. Es ergeben sich signifikante Unterschiede, wodurch auf die eingeschossene Verteilung geschlossen werden kann.

3.4.1. Simulationsparameter

Der Sensorkopf wird unter einer Halbkugel ($r = 5,2 \text{ cm}$) konstruiert und daraufhin Protonen $\cos$ - und $\cos^2$ -verteilt zur z -Achse eingeschossen. Das Energiespektrum ist in Abbildung 3.10 zu sehen. In diesem Fall ist es möglich eine Halbkugel zu verwenden, da bei einer benutzerdefinierten Winkelverteilung die kritischen θ -Winkel ausgeschlossen werden können. Die Daten stammen aus einer PLANETOCOSMICS Simulation und sind repräsentativ für eine Höhe von ca. 25 km [6]. Aus dem Spektrum ergibt sich mit einer Gleitzeit von drei Stunden und der Halbkugeloberfläche $O = 2\pi \cdot (5,2 \text{ cm})^2$ eine zu simulierende Gesamtteilchenzahl von $N = 2\,153\,993$.

3.4.2. Auswertung I

In Tabelle 3.2 sind die Zählraten der 15 häufigsten Koinzidenzen gegeben. Dort sind die Trefferzahlen inklusiv zu verstehen. Sie beinhalten alle Treffer von jeder Koinzidenz an der die beiden Detektoren beteiligt waren. Beispielsweise schließt hier die Koinzidenz 12-6 auch Treffer von 12-6-2 mit ein.

Im Hinblick auf den Vergleich mit einer Bodenmessung werden die Zählraten in 25 km und gleichen Zeitintervallen deutlich höher sein. Um Aussagen über die Verhältnisse der Zählraten treffen zu können müssen sie daher im ersten Schritt normiert werden. Die Koinzidenzen 12-6

Tabelle 3.2.: Zählratenvergleich zu cos- und cos²-Winkelverteilung

SSDs		cos ² -Zählrate	cos-Zählrate	norm. cos
14	8	4493	5103	4291
12	6	4640	5537	4656
15	9	4429	4976	4184
13	7	4597	5448	4581
13	5	2826	2759	2320
4	12	2770	2830	2380
6	14	2376	1999	1681
15	7	2248	1963	1651
2	0	1611	1616	1359
1	0	1597	1525	1282
3	0	635	984	827
5	1	641	951	800
3	2	473	623	524
4	2	618	922	775
3	1	463	647	544
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

und 13-7 schließen den selben θ -Winkelbereich ein und haben gemeinsam die beste Statistik. Daher werden deren Werte zusammengefasst und ein Normierungsfaktor berechnet:

$$\frac{4640 + 4597}{5537 + 5448} \approx 0.841 \quad (3.10)$$

Im zweiten Schritt werden alle cos-Zählraten mit diesem Normierungsfaktor multipliziert - das ergibt die letzte Spalte in Tabelle 3.2.

Das Verhältnis für die mittlere 3-0 Koinzidenz ergibt sich nun zu:

$$\frac{827}{635} \approx 1,3 \quad (3.11)$$

Das bedeutet es werden in Flughöhe und in gleichen Zeitintervallen $\sim 1,3$ -mal mehr Teilchen von der 3-0 Koinzidenz detektiert, als am Boden. Mit Werten aus vorangegangenen Bodenmessungen kann so bereits eine Abschätzung über eine Änderung der Winkelverteilung gemacht werden.

Eine prinzipielle Fehlerrechnung ist nach Anhang B.3 möglich. Dort ist jedoch die Rechnung für den zweiten Teil dieser Auswertung ausgeführt.

3.4.3. Auswertung II

Eine weitere Möglichkeit die Winkelverteilungen zu unterscheiden ist, das Verhältnis mehrerer Koinzidenzen innerhalb einer Messung zu vergleichen. Es werden die Verhältnisse r ($\equiv$ *ratio*) der

Zählraten von 3-0 zu 14-6 und 15-7 für beide Winkelverteilungen berechnet und die Unterschiede betrachtet:

$$r_{\cos^2} = \frac{635}{2376 + 2248} \approx 0,137 \quad (3.12)$$

$$r_{\cos} = \frac{984}{1999 + 1963} \approx 0,248 \quad (3.13)$$

Es ist zu erkennen, dass die Verhältnisse sich signifikant unterscheiden. Somit können für eine grobe, schnelle Abschätzung nach der Experimentierzeit die Zählraten ins Verhältnis gesetzt werden und je nach dem ob sie sich im Intervall befinden oder nicht, eine Aussage über die Validität der Messwerte getroffen werden. Gleichzeitig ist zu erwarten, dass das Verhältnis mit steigender Höhe gegen $r_{\cos}$ strebt. Da das zweite Verfahren ohne vorangegangene Bodenmessung auskommt, wurden im Anhang B.3 die zugehörigen Fehler berechnet. Es ergibt sich:

$$r_{\cos^2} = 0,137 \pm 0,008 \quad (3.14)$$

$$r_{\cos} = 0,248 \pm 0,012 \quad (3.15)$$

Da die Fehlerbalken sich nicht überschneiden, ist es im Rahmen der statistischen Fehler möglich eine $\cos$ - von einer $\cos^2$ -Verteilung zu unterscheiden.

4. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde der geometrische Aufbau des ADAM-Sensorkopfes untersucht. Es wurden die Geometriefaktoren der möglichen Koinzidenzen über eine Monte-Carlo-Simulation bestimmt und Empfehlungen ausgesprochen, welche Koinzidenzen für eine Messdatenauswertung nach dem Flug besondere Beachtung finden sollten. Es wurden Kanäle bestimmt, die in einer Form vorliegen, welche eine spätere Matrixinversion zur Bestimmung einer Winkelverteilung vereinfacht. Das zentrale Ergebnis ist dennoch die Koinzidenz-Matrix 3.8. Es sei hervorgehoben, dass es sich dort um eine rein geometrische Simulation handelt, die noch keinerlei physikalische Prozesse einbezieht.

Erst die zweite Simulation berücksichtigt Energieverluste und andere Wechselwirkungen. Hier wurde mit einer groben Abschätzung beispielhaft gezeigt, dass es möglich ist unter realitätsnahen Bedingungen und im Rahmen der statistischen Fehler eine $\cos$ - von einer $\cos^2$ -Winkelverteilung zu unterscheiden. Dafür wurden zwei Verfahren dargelegt, die sich für eine einfache Messdatenanalyse eignen. Diese könnten zum Beispiel Anwendung finden, wenn man Messdaten über simple Rechnungen validieren möchte. Die reale Verteilung am Erdboden und in 25 km Höhe wird einer anderen Potenz des $\cos$ folgen, die sich aber in diesem Intervall befindet. Als Verbesserung dieser Verfahren könnte man anstatt der Verhältnisse einzelner Koinzidenzen, die im vorigen Abschnitt ermittelten Kanäle verwenden. Für eine genaue Analyse des Spektrums sind die Verfahren jedoch zu ungenau, weshalb hier noch genauere Methoden erarbeitet werden sollten. Neben der Betrachtung der statistischen Fehler sollte man zusätzlich die systematischen Fehler einbeziehen, die man durch die Ungenauigkeiten in den realen Geometrieabmessungen erhält. Diese können um ein vielfaches größer sein, als die statistischen Fehler.

Weiterführende Möglichkeiten der Simulation bestehen darin neben dem Protonenspektrum auch Elektronen-, Neutronen- und Myonenspektren zu simulieren. Gerade Elektronen könnten durch Streuprozesse in den verschiedenen Materialien die Koinzidenzmessungen maßgeblich beeinflussen. Dabei würde auch der Abschirmung eine wichtigere Rolle zuteil werden. Sie wurde in dieser Arbeit nicht berücksichtigt und könnte in zukünftigen Simulation zusätzlich modelliert werden. Des Weiteren haben die Photodioden tendenziell eine größere sensitive Fläche, als sie auf dem Datenblatt angegeben ist. Die Siliziumschicht ist an der Oberfläche von einem kleinen ca. 0,5 mm breiten Metallrahmen umgeben. Da sich darunter weiterhin Silizium befindet, zählt diese Fläche ebenfalls zum sensitiven Bereich.

Literaturverzeichnis

- [1] Real-time neutron monitor database, Juni 2014. URL <http://www.nmdb.eu>, Zuletzt besucht: Juni 2014.
- [2] Two years of flight of the pamel experiment: results and perspectives. In *Journal of the Physical Society of Japan*. October 2008.
- [3] Solar influences data analysis center (sidc), Juni 2014. URL <http://sidc.oma.be/silso/datafiles>.
- [4] Nasa - conceptual image lab nasa - coronal mass ejection hitting the bow shock, Juli 2014. URL <https://svs.gsfc.nasa.gov/vis/a010000/a010100/a010104/index.html>.
- [5] Nist national institute of standards and technology - pstar program, August 2014. URL <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/PSTAR-t.html>.
- [6] Appel, J. Protonenspektrum. Persönliche Mitteilung, Juni 2014.
- [7] Bartlett, D. T. Radiation protection aspects of the cosmic radiation exposure of aircraft crew. 2004.
- [8] Demtröder, W. *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik*. Springer-Verlag GmbH, Berlin, Heidelberg, 5. Aufl. 2009 edition, 2008. ISBN 978-3-540-68219-6.
- [9] Demtröder, W. *Experimentalphysik 4 - Kern-, Teilchen- und Astrophysik*. Springer-Verlag GmbH, Heidelberg, 4. Aufl. 2014 edition, 2013. ISBN 978-3-642-21475-2.
- [10] Elsevier. Is the large-scale sidereal anisotropy of the galactic cosmic-ray intensity really instable at tev energies? *www.elsevier.com/locate/astropart*, 2012.
- [11] Greenwood, J. The correct and incorrect generation of a cosine distribution of scattered particles for monte-carlo modelling of vacuum systems. 2002.
- [12] Grieder, P. K. F. *Cosmic Rays at Earth - Researcher's Reference Manual and Data Book*. Gulf Professional Publishing, Orlando, Florida, 2001. ISBN 978-0-444-50710-5.
- [13] Herbst, K. *Interaction of Cosmic Rays with the Earth's Magnetosphere and Atmosphere*. Dissertation, Mathematisch-Naturwissenschaftlichen-Fakultät der CAU Kiel, 2012.
- [14] Hess, V. F. Über beobachtungen der durchdringenden strahlung bei sieben freiballonfahrten. 1912.

- [15] Krimigis, S. M. Search for the exit: Voyager 1 at heliosphere's border with the galaxy. 27 Juni 2013.
- [16] Longair, M. S. *High Energy Astrophysics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2011. ISBN 978-1-139-49454-0.
- [17] Möller, T. *Measurement of the Radiation Exposure for High Altitude Flights in the Polar Region*. Dissertation, Mathematisch-Naturwissenschaftlichen-Fakultät der CAU Kiel, 2013.
- [18] PDG. 24. cosmic rays. August 2009.
- [19] Prölss, G. *Physik Des Erdnahen Weltraums - Eine Einführung*. Springer Berlin Heidelberg, Wiesbaden, 2. aufl. 2004 edition, 2003. ISBN 978-3-540-40088-2.
- [20] Quack, M. Wechselwirkung solarer energiereicher teilchen mit der atmosphäre. Diplomarbeit, Universität Osnabrück, November 2001.
- [21] Sullivan, J. D. Geometrical factor and directional response of single and multi-element particle telescopes. 26. February 1971.

5. Anhang

A. Berechnung: Geometriefaktor einzelner Detektor

Ausgehend von Gleichung (2.6) wird im folgenden der Geometriefaktor eines einzelnen planaren Detektors im isotropen Fluss berechnet. In diesem Fall erstreckt sich die Ω -Integration über den gesamten Halbraum, da nur einseitige Teilchendetektionen betrachtet werden:

$$\begin{aligned} G &= \int_{\Omega} d\omega \int_S d\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} d\theta \sin(\theta) \int_S d\sigma \hat{r} \cos(\theta) \\ &= \underbrace{\int_0^{2\pi} d\phi}_{=2\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin(\theta) \underbrace{\int_S d\sigma \hat{r} \cos(\theta)}_{=A} \\ &= 2\pi A \int_0^{\pi/2} d\theta \sin(\theta) \cos(\theta) = \pi A \int_0^{\pi/2} d\theta \sin(2\theta) \\ &= \pi A \left[-\frac{1}{2} \cos(2\theta) \right]_0^{\pi/2} = \pi A \underbrace{\left[-\frac{1}{2} \cos(\pi) + \frac{1}{2} \cos(0) \right]}_{=1} \\ &= \pi A \end{aligned}$$

B. GEANT4 Ergebnisse

B.1. Geometriefaktoren einzelner Koinzidenzen

Tabelle 5.1.: Geometriefaktortabelle 1 von 4

#	1	2	3	4	G in cm ² sr	rel. Fehler in %	#	1	2	3	4	G in cm ² sr	rel. Fehler in %
1	14	8			1.35E+00	0.07	36	6	0			6.15E-02	0.30
2	15	9			1.35E+00	0.07	37	5	9			6.15E-02	0.30
3	13	7			1.30E+00	0.07	38	7	0			6.10E-02	0.30
4	12	6			1.30E+00	0.07	39	9	1	0		6.09E-02	0.30
5	14	6			1.23E+00	0.07	40	8	2	0		6.07E-02	0.30
6	15	7			1.23E+00	0.07	41	4	10			5.84E-02	0.31
7	13	5			1.23E+00	0.07	42	3	8			5.81E-02	0.31
8	12	4			1.23E+00	0.07	43	5	11			5.80E-02	0.31
9	2	0			7.04E-01	0.09	44	3	9			5.80E-02	0.31
10	1	0			7.03E-01	0.09	45	3	11			5.59E-02	0.31
11	3	0			1.92E-01	0.17	46	3	10			5.56E-02	0.31
12	1	2			1.56E-01	0.19	47	2	0	1		5.12E-02	0.33
13	5	1			1.50E-01	0.19	48	10	11			4.85E-02	0.33
14	4	2			1.50E-01	0.19	49	3	5	13		4.84E-02	0.34
15	3	1			1.47E-01	0.19	50	5	7	15		4.84E-02	0.34
16	3	2			1.47E-01	0.19	51	4	6	14		4.82E-02	0.34
17	9	1			1.43E-01	0.20	52	3	4	12		4.82E-02	0.34
18	8	2			1.43E-01	0.20	53	12	6	8		4.81E-02	0.34
19	10	2			1.31E-01	0.21	54	14	8	10		4.81E-02	0.34
20	11	1			1.31E-01	0.21	55	13	7	9		4.80E-02	0.34
21	5	0			1.30E-01	0.21	56	15	9	11		4.78E-02	0.34
22	4	0			1.30E-01	0.21	57	12	6	2		4.65E-02	0.34
23	7	1			1.19E-01	0.22	58	13	7	1		4.65E-02	0.34
24	6	2			1.18E-01	0.22	59	9	10			4.45E-02	0.35
25	15	1			1.03E-01	0.23	60	8	11			4.44E-02	0.35
26	14	2			1.03E-01	0.23	61	15	9	1		4.42E-02	0.35
27	13	1			1.00E-01	0.23	62	14	8	2		4.38E-02	0.35
28	12	2			1.00E-01	0.23	63	8	9			4.09E-02	0.36
29	5	2			7.25E-02	0.27	64	12	6	10		3.68E-02	0.38
30	4	1			7.23E-02	0.27	65	3	7	15		3.64E-02	0.39
31	13	0			7.10E-02	0.28	66	13	7	11		3.63E-02	0.39
32	12	0			7.08E-02	0.28	67	3	6	14		3.63E-02	0.39
33	12	14			6.31E-02	0.29	68	14	0			3.54E-02	0.39
34	13	15			6.28E-02	0.29	69	15	1	0		3.54E-02	0.39
35	4	8			6.17E-02	0.30	70	14	2	0		3.53E-02	0.39

Tabelle 5.2.: Geometriefaktortabelle 2 von 4

#	1	2	3	4	G in cm ² sr	rel. Fehler in %	#	1	2	3	4	G in cm ² sr	rel. Fehler in %
71	15	0			3.53E-02	0.39	106	13	7	0		2.35E-02	0.48
72	4	11			3.52E-02	0.39	107	8	1			2.34E-02	0.48
73	5	10			3.49E-02	0.39	108	15	8			2.34E-02	0.48
74	14	6	2		3.46E-02	0.40	109	9	2			2.34E-02	0.48
75	15	7	1		3.46E-02	0.40	110	6	1			2.21E-02	0.49
76	10	2	1		3.34E-02	0.40	111	7	2			2.20E-02	0.50
77	11	1	2		3.33E-02	0.40	112	12	4	9		2.19E-02	0.50
78	6	2	0		3.29E-02	0.41	113	13	1	0		2.18E-02	0.50
79	7	1	0		3.28E-02	0.41	114	12	2	0		2.17E-02	0.50
80	13	2			3.26E-02	0.41	115	4	2	0		2.17E-02	0.50
81	12	1			3.25E-02	0.41	116	5	1	0		2.17E-02	0.50
82	12	4	2		3.24E-02	0.41	117	13	5	8		2.15E-02	0.50
83	13	5	1		3.22E-02	0.41	118	8	0			2.12E-02	0.51
84	4	9			3.21E-02	0.41	119	9	0			2.08E-02	0.51
85	5	8			3.19E-02	0.41	120	13	5	4	12	2.05E-02	0.51
86	6	11			3.07E-02	0.42	121	13	11			2.05E-02	0.51
87	12	4	0		3.05E-02	0.42	122	12	10			2.04E-02	0.51
88	13	5	0		3.03E-02	0.42	123	3	14			2.03E-02	0.52
89	7	10			3.02E-02	0.42	124	3	15			2.02E-02	0.52
90	6	9			2.80E-02	0.44	125	3	5			2.01E-02	0.52
91	7	8			2.80E-02	0.44	126	3	4			2.01E-02	0.52
92	10	2	0		2.78E-02	0.44	127	7	9			2.01E-02	0.52
93	11	1	0		2.76E-02	0.44	128	9	11			2.01E-02	0.52
94	14	11			2.66E-02	0.45	129	6	8			2.00E-02	0.52
95	15	10			2.64E-02	0.45	130	8	10			2.00E-02	0.52
96	13	10			2.62E-02	0.45	131	5	7			2.00E-02	0.52
97	12	11			2.60E-02	0.46	132	4	6			1.98E-02	0.52
98	6	10			2.53E-02	0.46	133	13	5	10		1.91E-02	0.53
99	3	7			2.53E-02	0.46	134	12	4	11		1.91E-02	0.53
100	7	11			2.51E-02	0.46	135	12	4	1		1.79E-02	0.55
101	3	6			2.50E-02	0.47	136	13	5	2		1.79E-02	0.55
102	12	9			2.37E-02	0.48	137	15	7	0		1.77E-02	0.55
103	13	8			2.37E-02	0.48	138	14	6	0		1.74E-02	0.56
104	12	6	0		2.36E-02	0.48	139	14	6	9		1.74E-02	0.56
105	14	9			2.35E-02	0.48	140	15	7	8		1.73E-02	0.56

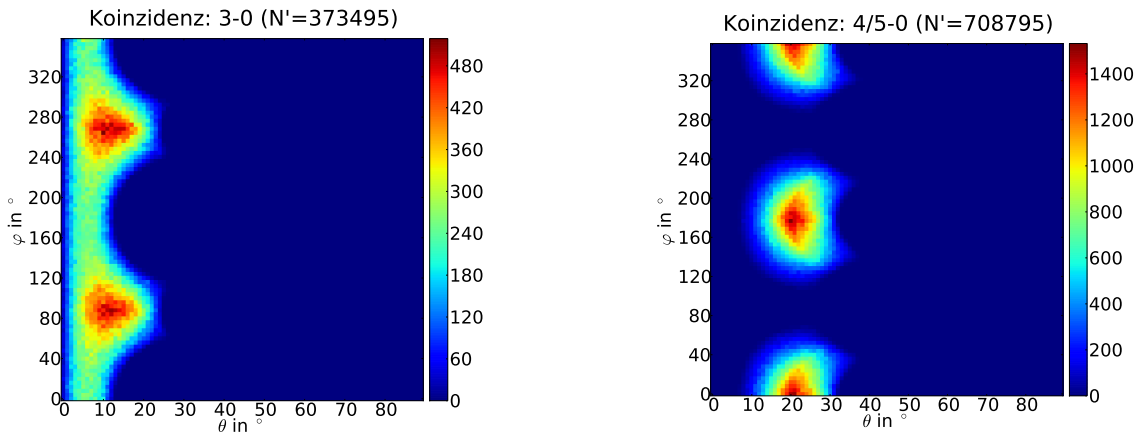
Tabelle 5.3.: Geometriefaktortabelle 3 von 4

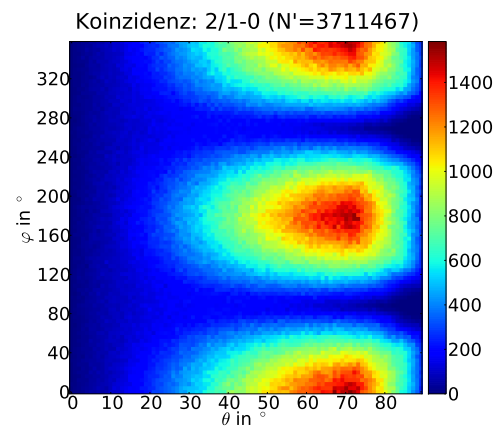
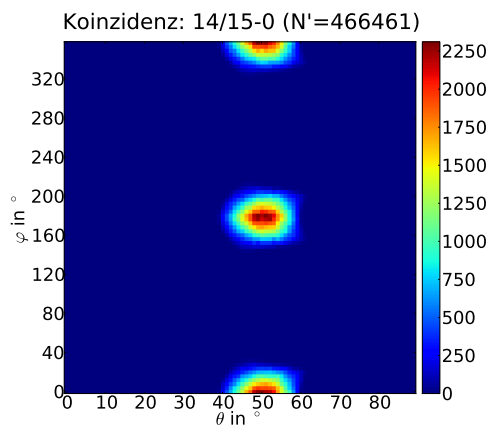
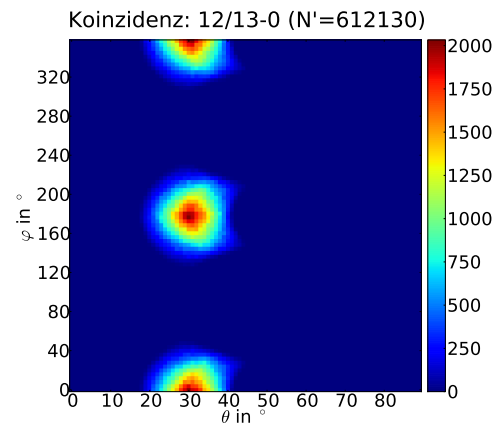
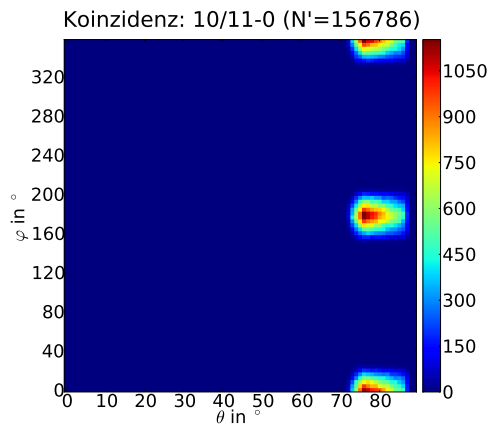
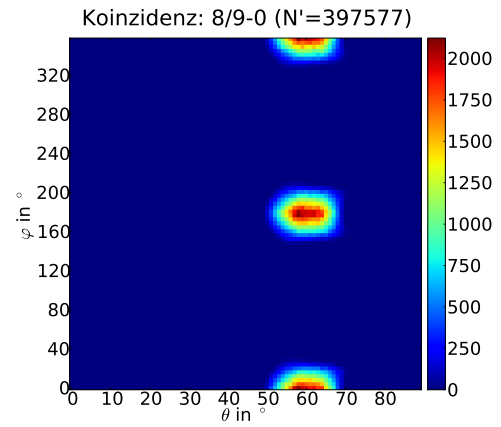
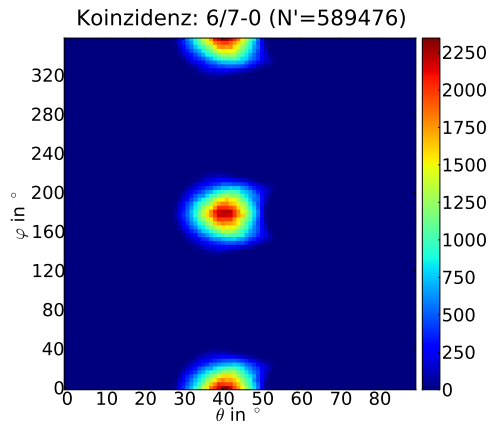
#	1	2	3	4	G in cm ² sr	rel. Fehler in %	#	1	2	3	4	G in cm ² sr	rel. Fehler in %
141	6	7			1.67E-02	0.57	176	13	14			1.10E-02	0.70
142	14	6	11		1.63E-02	0.58	177	13	6	14		1.09E-02	0.70
143	15	7	10		1.60E-02	0.58	178	12	4	15		1.09E-02	0.70
144	4	5	13		1.59E-02	0.58	179	13	7	1	0	1.02E-02	0.73
145	5	4	12		1.57E-02	0.59	180	12	6	2	0	1.01E-02	0.73
146	13	5	6		1.54E-02	0.59	181	15	7	14		9.76E-03	0.74
147	4	7	15		1.53E-02	0.59	182	14	6	15		9.66E-03	0.75
148	5	6	14		1.53E-02	0.59	183	15	9	0		9.57E-03	0.75
149	12	4	7		1.52E-02	0.60	184	14	8	0		9.57E-03	0.75
150	4	7			1.48E-02	0.60	185	12	8			9.43E-03	0.76
151	14	8	2	0	1.47E-02	0.60	186	3	13			9.39E-03	0.76
152	15	9	1	0	1.47E-02	0.61	187	5	15			9.37E-03	0.76
153	5	6			1.47E-02	0.61	188	15	11			9.34E-03	0.76
154	11	1	0	2	1.43E-02	0.61	189	4	14			9.30E-03	0.76
155	10	2	0	1	1.40E-02	0.62	190	13	9			9.29E-03	0.76
156	6	15			1.40E-02	0.62	191	5	4			9.27E-03	0.76
157	7	14			1.40E-02	0.62	192	13	12			9.26E-03	0.76
158	11	2			1.40E-02	0.62	193	3	12			9.25E-03	0.76
159	10	1			1.39E-02	0.62	194	14	10			9.20E-03	0.76
160	4	15			1.33E-02	0.64	195	12	6	1		8.89E-03	0.78
161	5	14			1.31E-02	0.64	196	13	7	2		8.79E-03	0.78
162	13	6			1.30E-02	0.64	197	14	6	7	15	8.77E-03	0.78
163	6	7	15		1.30E-02	0.64	198	4	13			8.66E-03	0.79
164	7	6	14		1.29E-02	0.65	199	5	12			8.63E-03	0.79
165	13	5	6	14	1.29E-02	0.65	200	15	9	10		7.89E-03	0.83
166	12	7			1.28E-02	0.65	201	14	8	11		7.81E-03	0.83
167	12	4	7	15	1.28E-02	0.65	202	15	2			6.93E-03	0.88
168	14	15			1.22E-02	0.66	203	14	1			6.91E-03	0.88
169	14	6	2	0	1.21E-02	0.67	204	12	4	2	0	6.56E-03	0.91
170	15	7	1	0	1.19E-02	0.67	205	13	5	1	0	6.55E-03	0.91
171	12	4	13		1.16E-02	0.68	206	13	7	10		6.42E-03	0.92
172	13	5	12		1.15E-02	0.68	207	12	6	11		6.26E-03	0.93
173	12	15			1.12E-02	0.69	208	14	8	9		5.77E-03	0.97
174	12	7	15		1.11E-02	0.70	209	15	9	8		5.72E-03	0.97
175	13	5	14		1.11E-02	0.70	210	14	6	1		5.47E-03	0.99

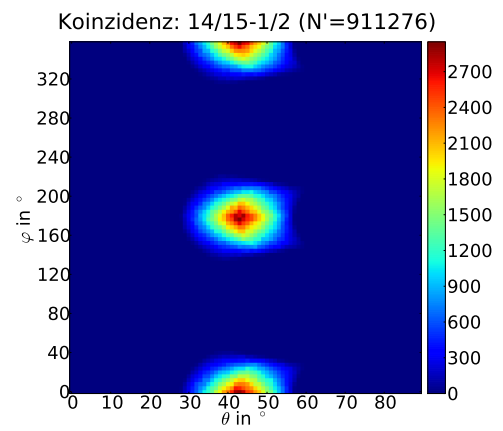
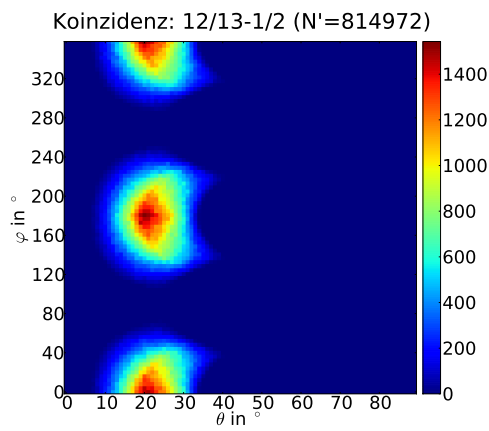
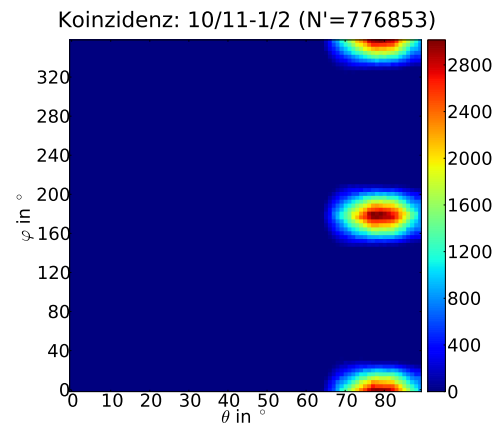
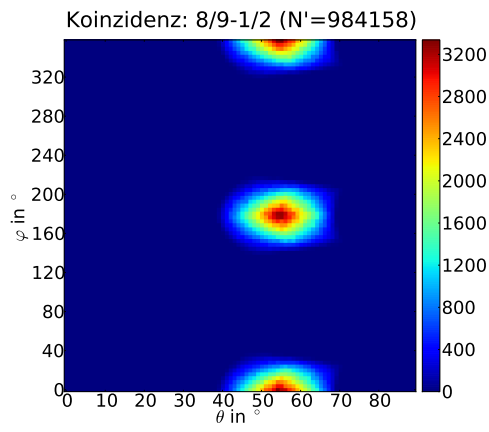
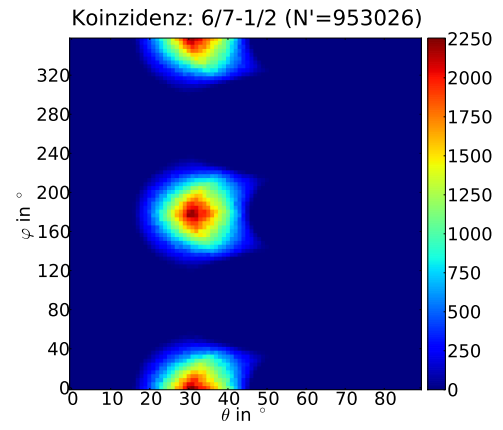
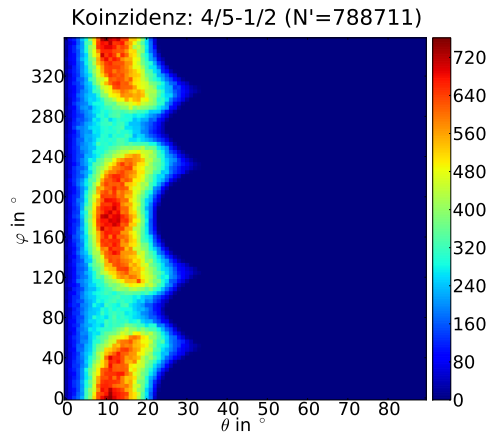
Tabelle 5.4.: Geometriefaktortabelle 4 von 4

#	1	2	3	4	G in cm ² sr	rel. Fehler in %	#	1	2	3	4	G in cm ² sr	rel. Fehler in %
211	15	7	2		5.43E-03	0.99	232	12	4	9	15	1.24E-03	2.08
212	12	6	9		4.38E-03	1.11	233	13	5	8	14	1.22E-03	2.09
213	13	7	8		4.37E-03	1.11	234	12	6	7	15	1.21E-03	2.11
214	3	2	0		3.92E-03	1.17	235	4	9	15		1.05E-03	2.25
215	3	1	0		3.86E-03	1.18	236	13	7	6		1.04E-03	2.27
216	14	8	1		2.75E-03	1.40	237	5	8	14		1.02E-03	2.29
217	14	9	15		2.73E-03	1.40	238	12	6	7		9.63E-04	2.36
218	15	9	2		2.72E-03	1.40	239	15	9	8	14	6.53E-04	2.86
219	15	8	14		2.65E-03	1.42	240	13	7	8	14	3.09E-04	4.16
220	6	9	15		2.52E-03	1.46	241	12	7	13		2.88E-04	4.31
221	7	8	14		2.46E-03	1.48	242	12	6	9	15	2.60E-04	4.53
222	11	1	2	10	1.94E-03	1.66	243	13	6	12		2.51E-04	4.62
223	14	6	9	15	1.92E-03	1.67	244	10	1	11		2.48E-04	4.65
224	15	7	8	14	1.85E-03	1.70	245	11	2	10		2.15E-04	4.98
225	12	9	15		1.69E-03	1.78	246	12	6	7	13	2.08E-05	16.02
226	13	7	14		1.64E-03	1.81	247	3	8	14		3.20E-06	40.83
227	13	8	14		1.62E-03	1.82	248	3	9	15		2.13E-06	50.00
228	12	6	15		1.58E-03	1.84	249	13	5	6	12	2.13E-06	50.00
229	13	7	15		1.30E-03	2.03	250	12	4	7	13	2.13E-06	50.00
230	13	7	6	14	1.28E-03	2.05	251	13	5	11		1.07E-06	70.71
231	12	6	14		1.26E-03	2.06							

B.2. Farbenhistogramme der θ - φ -Abhängigkeit







B.3. Fehlerrechnung

Im folgenden wird eine Fehlerrechnung für die Auswertung II in 3.4.3 durchgeführt. Der Allgemeine Ansatz für die Berechnung der Verhältnisse lautet:

$$r = \frac{N_0}{N_1 + N_2} \quad (5.1)$$

Der absolute Fehler jeder Zählrate N_i berechnet sich aus dessen Quadratwurzel:

$$\Delta N_i = \sqrt{N_i}$$

In Gleichungen (3.12) und (3.13) sind alle drei Werte N' , N_1 , N_2 fehlerbehaftet. Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung ergibt:

$$\begin{aligned} \Delta r &= \left| \frac{\partial r}{\partial N_0} \right| \Delta N_0 + \left| \frac{\partial r}{\partial N_1} \right| \Delta N_1 + \left| \frac{\partial r}{\partial N_2} \right| \Delta N_2 \\ &= \frac{\Delta N_0}{N_1 + N_2} + \frac{N_0}{(N_1 + N_2)^2} (\Delta N_1 + \Delta N_2) \end{aligned}$$

Es ergeben sich folgende Fehler:

$$\begin{aligned} \Delta_{\cos^2} &= \frac{\sqrt{635}}{2376 + 2248} + \frac{635}{(2376 + 2248)^2} (\sqrt{2376} + \sqrt{2248}) \approx 0,009 \\ \Delta r_{\cos} &= \frac{\sqrt{984}}{1999 + 1963} + \frac{984}{(1999 + 1963)^2} (\sqrt{1999} + \sqrt{1963}) \approx 0,014 \end{aligned}$$

Die Verhältnisse sind damit gegeben durch:

$$r_{\cos^2} = 0,137 \pm 0,009 \quad (5.2)$$

$$r_{\cos} = 0,248 \pm 0,014 \quad (5.3)$$

Es ist zu erkennen, dass sich die Fehlerbalken nicht überschneiden und es somit möglich ist mit dem Sensorkopf eine cos- von einer $\cos^2$ -Verteilung zu unterscheiden.

Obendrein ist es möglich den Fehler leicht zu minimieren, indem man die Koinzidenzen 14-6 und 15-7 zusammenschaltet. Dadurch ist lediglich die Summe der Zählraten fehlerbehaftet und nicht mehr jede einzelne. Der Allgemeine Ansatz lautet:

$$r = \frac{N_0}{N_{\text{ges}}}$$

Die Fehlerfortpflanzung ergibt nun:

$$\Delta r = \left| \frac{\partial r}{\partial N_0} \right| \Delta N_0 + \left| \frac{\partial r}{\partial N_{\text{ges}}} \right| \Delta N_{\text{ges}} = \frac{\Delta N_0}{N_{\text{ges}}} + \frac{N_0}{N_{\text{ges}}^2} \Delta N_{\text{ges}}$$

Für die Fehler folgt:

$$\Delta_{\cos^2} = \frac{\sqrt{635}}{2376 + 2248} + \frac{635}{(2376 + 2248)^2} \sqrt{2376 + 2248} \approx 0,008$$

$$\Delta_{r_{\cos}} = \frac{\sqrt{984}}{1999 + 1963} + \frac{984}{(1999 + 1963)^2} \sqrt{1999 + 1963} \approx 0,012$$

Bei diesem Ansatz minimieren sich die Fehler zu:

$$r_{\cos^2} = 0,137 \pm 0,008 \tag{5.4}$$

$$r_{\cos} = 0,248 \pm 0,012 \tag{5.5}$$